

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE**

**Maestría en Estadística Aplicada**



**APLICACIÓN DEL DISEÑO DE  
EXPERIMENTO, MÉTODO DE TAGUCHI A UN  
PROCESO DE DIGESTIÓN ANAERÓBICA**

**Trabajo de Tesis presentado por:**

Alicia Beatriz Hernández

Licenciada en Matemática

(Universidad Nacional del Sur, 1994)

Neuquen 2009

## **COMISIÓN ASESORA DE TESIS**

Director

Alicia María Tinnirello

Ingeniera Química

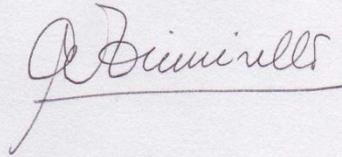
Magister en Calidad

ALICIA MARIA TINNIRELLO

CERTIFICA

Que Alicia Hernández ha realizado bajo mi dirección la tesis APLICACIÓN DEL DISEÑO DE EXPERIMENTO, MÉTODO DE TAGUCHI A UN PROCESO DE DIGESTIÓN ANAERÓBICA, la cual se encuentra finalizada y en condiciones de ser presentada.

Y para que así conste a todos los efectos del interesado se expide el presente certificado en Neuquén a los 30 días de noviembre del año 2009.

A handwritten signature in dark ink, appearing to read 'A. Tinnirello', with a horizontal line underneath the name.

*A mis hijos,  
mi esposo  
y a mi madre*

## AGRADECIMIENTOS

A los Ingenieros Horacio Campaña, Director del Proyecto de Investigación “Digestión Anaeróbica en Condiciones Psicrófilicas” y Patricia Benedetti, quienes me asesoraron en los temas referidos a la Digestión Anaeróbica y llevaron a cabo los ensayos en los laboratorios de la U. T. N. Facultad Regional Bahía Blanca.

A la Especialista en Gestión de la Calidad Liliana García por el desarrollo del Software utilizado en el estudio de la Potencia de Los Arreglos Ortogonales.

A la Especialista en Gestión de la Calidad Silvia Luis por su continua y desinteresada colaboración.

## ÍNDICE GENERAL

Certificación	i
Dedicatoria	ii
Agradecimientos	iii
Índice general	iv
Índice de tablas	xv
Índice de figura	xix
Abreviaturas	xxi
Resumen	xxvi
Abstract	xxvii

### **CAPITULO 1**

#### *APLICACIÓN DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS A UN PROCESO DE DIGESTIÓN ANAERÓBICA*

1. Presentación del Problema	2
2. Antecedentes existentes en cuanto a la solución del problema	3
3. Objetivos de la Tesis	5
4. Metodología de la Investigación	6
5. Partes constitutivas de la Tesis	7
6. Aportes esperados de La Tesis	8

## **CAPITULO 2**

### *UNA VISIÓN SOBRE LA CALIDAD*

1. Calidad	10
1.1. Evolución de la Calidad	11
1.2. Las diferentes visiones sobre la Calidad	12
1.3 Función Pérdida	19
2. Control Estadístico de Procesos	22
2.1. La variabilidad de los Procesos	23
2.2. Deming y los “14 puntos” para la Gerencia	26
2.3. Calidad en productos y procesos	29
2.3.1. Clasificación de los factores	30
3. Quién es el Dr. Taguchi?	30
3.1. Visión de la Calidad según G. Taguchi	32
3.1.1. La Calidad a Mediano y Largo plazo: “off line”	34
3.1.2. Diseño del Producto	34
3.1.3. Diseño de Procesos	35
3.1.4. Calidad día a día (“on line”): La fabricación	35
3.1.4.1. Control preventivo	35
3.1.4.2. Control Adaptativo	35
3.1.4.3. Control final 100%	36

## **CAPITULO 3**

### *ANÁLISIS DE VARIANZA Y CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS*

1. Análisis de Varianza	38
1.1. Contraste de ANOVA	39
1.2. Modelo de ANOVA	40
1.3. Hipótesis del modelo	41
1.4. El estadístico de contraste y su Distribución de Probabilidades	41
1.5. Diseño en bloques completamente aleatorizados	44
1.5.1. Modelo	44
1.5.2. Hipótesis del Modelo	45
1.5.3. Descomposición de la Variación Total	45
2. Diseño de Experimentos	47
2.1. Experimentos	48
2.2. Objetivos de la Experimentación	48
2.3. Variabilidad en los experimentos	49
2.4. Planificación de un experimento	50
2.5. Diseño Estadístico de Experimentos	51
2.6. Aplicación del Diseño Estadístico de Experimentos	51
2.7 Pasos a seguir en un Diseño de Experimentos	52

3. Diseños de Experimentos $2^k$	55
3.1. Diseño factorial Completo $2^k$	55
3.2. Ventajas y desventajas de los diseños Factoriales	56
3.3. Supuestos teóricos del diseño Factorial $2^k$	56
3.4. Matriz de Experimentos	57
3.5. El modelo e un Experimento Factorial	58
3.6. Efectos	59
3.6.1. Análisis de los efectos	61
3.7. Diseño Factorial Fraccionario	64
3.7.1. Diseño factorial Fraccionario $2^{k-p}$	65

## **CAPITULO 4**

### *DISEÑO DE EXPERIMENTOS, MÉTODO DE TAGUCHI*

1. Función Pérdida	68
1.1. Nominal es el Mejor	69
1.2. Menor es el Mejor	70
1.3. Mayor es el Mejor	71
1.4. Reducción de la Pérdida Promedio	72
2. Diseño de Experimentos	
2.1. Arreglos Ortogonales	72
2.2. Tipos de Arreglos Ortogonales	74

2.3. Grados de libertad de un Arreglo Ortogonal	
2.3.1. Generalidades	74
2.3.2. Grados de libertad de un Arreglo Ortogonal	75
2.4. Distribución de los factores e interacciones en las columnas	
2.4.1. Arreglos de la serie $2^n$	75
2.4.2. Confusión de los efectos	77
2.4.3. Tipos de resolución para un Diseño de Experimentos de acuerdo al nivel de confusión entre los factores	78
2.5. Análisis de los resultados de la experimentación	
2.5.1. Cálculo de la Suma de Cuadrados	79
2.5.2. Grados de libertad	80
2.5.3. Cuadrados Medios	80
2.5.4. Tabla de ANOVA	81
2.5.5. Obtención de los niveles óptimos para los factores significativos	81
2.5.6. Estimación mediante un intervalo de confianza de la contribución de cada factor	82
2.5.7. Estimación de los resultados a obtener con la mejor combinación	82

2.6. Pasos a seguir en un Diseño de Experimentos según el criterio del Dr. Taguchi	83
2.7. Tamaño de la muestra	85
3. Diseño de Experimentos. Factores con tres niveles	85
3.1. Presentación del Arreglo Ortogonal L9 ( $3^4$ )	86
3.2. Presentación del Arreglos Ortogonales L27 ( $3^{13}$ )	86
3.3. Grados de Libertad	
3.3.1. Grados de Libertad de los Factores con tres niveles	88
3.3.2. Grados de libertad del Arreglo Ortogonal	88
3.4. Gráficos Lineales estándares	89
3.4.1. Gráfico lineal estándar para un Arreglo Ortogonal L9	90
3.4.2. Gráfico Lineal para un Arreglo Ortogonal L27	90
3.4.3. Asignación de factores a un Arreglo Ortogonal	93
4.4.4. Modificación de los Gráficos Lineales	95
3.5. Resolución del ANOVA	96
4. Datos por Atributos	97
4.1. Tamaño de la Muestra	97
4.2. Clasificación de los datos	97

4.3. Representación de los datos	98
4.4. Técnicas de Análisis	98
4.4.1. Datos clasificados en dos clases	98
4.4.2. Datos Clasificados en más clases	99
5. Diseños especiales	101
5.1. Arreglos con Niveles Múltiples	101
5.1.1. Incorporación de un factor con cuatro niveles a un L8	101
5.1.2. Ortogonalidad	103
5.2. Incorporación de un factor con nueve niveles en un Arreglo Ortogonal de la serie $3^n$	103
5.3. Interacción entre los factores	105
5.4. Tratamiento Simulado: factores con dos niveles en un Arreglo ortogonal de la serie $3^n$	106
5.5. Uso combinado de Tratamiento Simulado y Arreglo con Factores Múltiples	108
5.6. Diseño de factores combinados	109
5.6.1. Dos factores con dos niveles	110
5.6.2. Ortogonalidad	112
5.6.3. Factores Múltiples	112
5.7. Columna Inactiva	113

6. Potencia de los Arreglos Ortogonales	116
6.1. Objetivos	117
6.2. Metodología en la Investigación	117
6.3. Verificación del modelo	118
6.4. Precisión de los resultados	118
6.5. Resultados	118
6.6. Resultados	118
7. Señal-Ruido	119
7.1. Índice de Señal – Ruido	
7.1.1. Generalidades	120
7.1.2. Ecuaciones para calcular la Señal – Ruido	122
7.2. Métodos para determinar los factores significativos para reducir la variabilidad	123
7.2.1. Repeticiones simples	124
7.2.1.1. Análisis de la variabilidad	124
7.2.2. Experimentos de Arreglos Ortogonales Interno/Externo	
7.2.2.1. Generalidades	125
7.2.2.2. Análisis de la variabilidad	126

7.2.2.3. Análisis de la respuesta media	127
7.2.2.4. Análisis de la interacción de los factores de Control con los factores de Ruido	128
	129
7.3. Experimento Alternativo de Arreglo Ortogonal Interno/Externo	
8. Análisis de Arreglos Ortogonales con datos faltantes	130
8.1. Diseño en los que falta un dato	131
8.2. Diseños con datos no factibles de obtener	132
8.2.1. Menor es el Mejor	132
8.2.2. Mayor es el mejor	133
8.2.3. Ideal es el mejor	133
9. Comparación del Diseño de Experimentos Clásico y el Diseño de Taguchi	134
9.1. Comparación de los métodos	134
9.2. El tratamiento de las interacciones	135
9.3. La incorporación de los factores de ruido mediante el Arreglo Ortogonal Externo	135
9.4. Análisis del arreglo Alternativo Interno – Externo	138

## **CAPÍTULO 5**

### *EXPERIMENTACIÓN EN LA FACULTAD*

1. Introducción	140
2. Antecedentes sobre el Tratamiento de los Residuos	140
2.1. La Digestión Anaeróbica	141
2.1.1. Etapas en los procesos de Digestión Anaeróbica	142
2.1.2. Agentes que llevan a cabo el proceso de Digestión Anaeróbica	143
2.1.3. Factores que influyen en el proceso de Digestión Anaeróbica	143
2.1.4. Elementos que pueden utilizarse para realizar la Digestión Anaeróbica	144
2.1.5. Ventajas y desventajas ambientales de la Digestión Anaeróbica	145
2.1.6. Algunos usos del Biogás	146
2.1.7. Formas de Operación de un Digestor	147
2.2. Digestión Anaeróbica aplicada a los lodos de una maltería	147
2.3. Caracterización de los lodos residuales de la maltería de cebada	149
2.3.1. Características Físicas	150
2.3.2. Características Químicas	151
2.3.3. Materia Orgánica	151

2.3.4. Compuestos Nitrogenados	152
2.3.5. Contenidos totales de Nutrientes, Micronutrientes y otros Metales Traza	153
3. Los factores y sus niveles	156
4. Desarrollo de la experimentación	157
5. Análisis de los Datos Experimentales	160
5.1. Análisis para optimizar la media del proceso	160
5.2. Análisis de la Señal – Ruido	163
<b>CAPITULO 6</b>	167
<i>CONCLUSIONES</i>	
<b>REFERENCIAS</b>	171

## ÍNDICE DE TABLAS

Capítulo 3, 3.4. Tabla 1. Matriz de experimentos $2^2$	58
Capítulo 3, 3.6. Tabla 2. Matriz de experimentos $2^3$	60
Capítulo 3, 3.6. Tabla 3. Matriz de contraste	60
Capítulo 4, 3.6.1. Tabla 4. Resumen de ANOVA	64
Capítulo 3, 3.7.1. Tabla 5. Matriz de experimentos $2^3$	65
Capítulo 4, 2.1. Tabla 6. Arreglo Ortogonal L4	74
Capítulo 4, 2.4.1. Tabla 7. Tabla triangular L8	76
Capítulo 4, 2.4.1. Tabla 8. Arreglo Ortogonal L8	76
Capítulo 4, 2.4.2. Tabla 9. Distribución de los factores en un A.O L8	77
Capítulo 4, 2.4.2. Tabla 10. Agregado de un cuarto factor en un A.O L8	78
Capítulo 4, 2.5.4. Tabla 11. Resolución del ANOVA	81
Capítulo 4, 3.1. Tabla 12. Arreglo Ortogonal L9	86
Capítulo 3.2. Tabla 13. Arreglo Ortogonal L27	87
Capítulo 4, 3.4.2. Tabla 14. Esquema I	91
Capítulo 4, 3.4.2. Tabla 15. Esquema II	91
Capítulo 4, 3.4.2. Tabla 16. Asignación de los factores en el A. O, según	

el Esquema I	92
Capítulo 4. 3.4.2. Tabla 17. Asignación de los factores en el A. O, según el Esquema II	92
Capítulo 4, 4.3. Tabla 18. Arreglo Ortogonal	98
Capítulo 4, 5.1.1. Tabla 19. Arreglo Ortogonal Modificado	102
Capítulo 4, 5.1.1. Tabla 20. Arreglo Ortogonal Modificado completo	102
Capítulo 4, 5.1.1. Tabla 21. Resolución del ANOVA	103
Capítulo 4, 5.2. Tabla 22. Arreglo Ortogonal modificado para un L27	104
Capítulo 4, 5.2. Tabla 23. Resolución del ANOVA	105
Capítulo 4, 5.4. Tabla 24. Arreglo Ortogonal Modificado	107
Capítulo 4, 5.4. Tabla 25. Resolución del ANOVA	108
Capítulo 4, 5.4. Tabla 26. Resolución del ANOVA completo	108
Capítulo 4, 5.5. Tabla 27. Arreglo Ortogonal Modificado con Tratamiento Simulado	109
Capítulo 4, 5.6.1. Tabla 28. Factores Combinados	111
Capítulo 4, 5.6.1. Tabla 29. Arreglo Ortogonal Modificado	111
Capítulo 4, 5.7. Tabla 30. Arreglo Ortogonal para Columna Inactiva	115
Capítulo 4, 5.7. Tabla 31. Arreglo ortogonal para Columna Inactiva con Tratamiento Simulado	116

Capítulo 4, 7.5. Tabla 32. Planificación de la experimentación	118
Capítulo 4, 7.6. Tabla 33. Resultado de la experimentación	119
Capítulo 4, 8.2.1. Tabla 34. Arreglo Ortogonal	124
Capítulo 4, 8.2.2.1. Tabla 35. Arreglo Ortogonal Interno/Externo	125
Capítulo 4, 8.2.2.1. Tabla 36. Arreglo Ortogonal Interno/Externo	126
Capítulo 4, 8.2.2.2. Tabla 37. Análisis de la S/R	127
Capítulo 4, 8.2.2.2. Tabla 38. Resolución del ANOVA	127
Capítulo 4, 8.2.2.3. Tabla 39. Análisis de la respuesta media	128
Capítulo 4, 8.2.2.4. Tabla 40. Análisis de la Interacción entre los factores de Control y de Ruido	128
Capítulo 4, 8.3. Tabla 41. Arreglo alternativo Interno / Externo	130
Capítulo 4, 9.3. Tabla 42. Arreglo Interno /externo	136
Capítulo 4, 9.3. Tabla 43. Arreglo Ortogonal para evaluar la media	137
Capítulo 4, 9.3. Tabla 44. Arreglo Ortogonal para evaluar Factores de Ruido	137
Capítulo 4, 9.3. Tabla 45. A. O. para evaluar interacción entre factores de Control y de Ruido	137
Capítulo 5. 2. Tabla 46. A. O. Modificado	160

Capítulo 5. 3.1. Tabla 47. Resolución del ANOVA.	161
Capítulo 5. 3.2. Tabla 48. A. O. con S/R.	164
Capítulo 5. 3.2. Tabla 49. Resolución del ANOVA para S/R	164

## INDICE DE FIGURAS

Capítulo 2. 1.3. Figura 1. Criterio de calidad de acuerdo a las especificaciones	20
Capítulo 2. 1.3. Figura 2. Criterio de Calidad de acuerdo al Dr. Taguchi	20
Capítulo 1, 3.1. Figura 3. Sistema de Calidad	33
Capítulo 4, 2.4.1. Figura 4. Gráficos Lineales para un L8	77
Capítulo 4, 3.3. Figura 5. Interacción de dos factores a tres niveles	88
Capítulo 4. 3.4.1. Figura 6. Gráfico lineal para un L9	90
Capítulo 4, 3.4.2. Figura 7. Gráfico Lineal para un L27	90
Capítulo 4, 3.4.2. Figura 8. Gráfico Lineal para un L27	91
Capítulo 4, 3.4.3. Figura 9. Gráfico Lineal para un L27	93
Capítulo 4, 3.4.3. Figura 10. Gráfico lineal para un L27	94
Capítulo 4, 3.4.3. Figura 11. Gráfico Rediseñado.	94
Capítulo 4, 3.4.3. Figura 12. Asignación de factores al gráfico lineal	94
Capítulo 4, 3.4.4. Figura 13. Factores e Interacciones a evaluar	95
Capítulo 4, 3.4.4. Figura 14. Gráfico lineal estándar, L27	95
Capítulo 4, 3.4.4. Figura 15. Gráfico lineal Modificado	96

Capítulo 4, 5.7. Figura 16. Gráfico con Columna Inactiva	114
Capítulo 5. 2. 5. Figura 17. Experimentación en el Laboratorio de la Facultad	159

## ABREVIATURAS

### CAPITULO 1

#### APLICACIÓN DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS A UN PROCESO DE DIGESTIÓN ANAERÓBICA

UTN: Universidad Tecnológica Nacional

FRBB: Facultad Regional Bahía Blanca

A. O.: Arreglo ortogonal

L8: Arreglo Ortogonal  $2^3$

### CAPITULO 2

#### UNA VISIÓN SOBRE LA CALIDAD

$L_{IE}$ : Límite Inferior de Especificación

$L_{SE}$ : Límite Superior de Especificación

Dr. Doctor

f (y): Función

R: Valor ideal o target

C.E.P.: Control Estadístico de Procesos

S.P.C.: Statistical Process Control

JUSE: Union of Japanese Scientists and Engineers

MIT: Instituto Tecnológico de Massachusetts

DEE: Diseño de Experimentos

QFD: Quality Function Deployment

### CAPITULO 3

#### ANÁLISIS DE LA VARIANZA Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS

ANOVA: Análisis de la Variancia

P: valor p (p-value)

$H_0$ : Hipótesis Nula

$H_1$ : Hipótesis Alternativa

$\mu$ : Media poblacional

$\mu_i$ : Media de la población i

$y_{ij}$ : Elemento j de la población i

SQE: Suma de Cuadrados Entre o Explicada

SQR: Suma de Cuadrados Residual

SQT: Suma de Cuadrados Total

$\epsilon_{ij}$  : Desviaciones de cada dato

$\alpha_i$ : Efectos de cada factor en el nivel i

$\hat{y}_{ij}$  = Valor estimado a partir del modelo

$CM_{\text{Tratamiento}}$  = Cuadrados Medios del Tratamiento

$CM_{\text{ERROR}}$  = Cuadrados del Error

F: Distribución F de Snedecor

$\beta_i$ : Efecto del nivel i del Bloque

$e_{ij}$  : Términos del error

$\sigma^2$ : Varianza Poblacional

$SC_{\text{Bloque}}$ : Suma de Cuadrados del Bloque

$(\alpha \beta)_{ij}$ : Efecto de la Interacción de dos factores

$\rho_k$ : Efecto de la k-ésima repetición

A; Efecto del factor A

B: Efecto del factor B

AB: Efecto de la interacción entre A y B

SC(A): Suma de cuadrados de A

SC(B): Suma de cuadrados de B

## CAPITULO 4

### DISEÑO DE EXPERIMENTOS. MÉTODO DE TAGUCHI

ECL: Electrical Communicatios Laboratory.

S: Desvío de la Muestra

$\bar{X}$  : Media de la Muestra

$e_i$  : Límites de Especificación

L4: Arreglo Ortogonal  $2^2$

L16: Arreglo Ortogonal  $2^4$

L32: Arreglo Ortogonal  $2^5$

L64: Arreglo Ortogonal  $2^6$

L9: Arreglo Ortogonal  $3^4$

L27: Arreglo Ortogonal  $3^{13}$

L18: Arreglo Ortogonal  $2^1 \times 3^7$

L54: Arreglo Ortogonal  $2^1 \times 3^{25}$

gl: Grados de Libertad

$B_i$ : Nivel i del factor B

$A_i$ : Nivel i del factor A

S/R: Señal – Ruido

T: Total

Db: Decibeles

## CAPITULO 5

### EXPERIMENTACIÓN EN LA FACULTAD

NPK solubles: Abonos basados en mezclas químicas sin el agregado de elementos de origen vegetal o animal

pH: Es una medida de la acidez o basicidad de una solución

NH<sub>4</sub><sup>+</sup>: Ion amonio

CH<sub>4</sub><sup>-</sup>: Metano

kWh: Kilovatio hora

DBO<sub>5</sub>: Demanda Biológica de Oxígeno  
PCB's: Sulfatos y Bifenilos Policlorados  
C/N: Relación Carbono - Nitrógeno  
C: Carbono  
COT: Carbono Orgánico Total  
N: Nitrógeno  
N – NH<sub>4</sub><sup>+</sup>: Nitrógeno e ión de amonio  
N- NO<sub>3</sub>: Nitratos presente el anión NO<sub>3</sub>  
S: Azufre  
P: Fósforo  
K: Potasio  
Mg: Magnesio  
Ca: Calcio  
Fe: Hierro  
Mn: Manganeso  
Zn: Zinc  
Cu: Cobre  
B: Boro  
MO: Molibdeno  
CL: Cloro  
I: Yodo  
Se: Selenio  
Na: Sodio  
As: Arsénico  
Al: Aluminio  
Ni: Níquel  
Pb: Plomo  
Cd: Cadmio  
Cr: Cromo  
Mg Kg<sup>-1</sup>: Miligramos por Kilogramos

g Kg<sup>-1</sup>: Gramos por Kilogramos

V: Vanadio

Ba: Bario

RC: Relación de carga

C: Catalizador

T: Temperatura

A: Azúcar

## RESUMEN

En la ciudad de Bahía Blanca una empresa maltera decidió tratar sus residuos agregando valor a los mismos mediante un proceso de Digestión Anaeróbica y en este contexto firma un convenio con el Grupo de Estudios de Ingeniería Ambiental de la U.T.N, F.R.B.B.

El tratamiento de los residuos mediante un proceso de Digestión Anaeróbica, es un proceso biológico mediante el cual la materia orgánica o los residuos orgánicos se descomponen en ausencia del oxígeno transformándose en biogás formado por metano y anhídrido carbónico entre otros gases principales y en materia orgánica estabilizada que puede utilizarse como fertilizante. El tratamiento de los residuos por medio de la Digestión Anaeróbica representa un tratamiento alternativo a aquellos más convencionales, con un enorme potencial no sólo para evitar daños ecológicos, sino, también, para obtener energía de forma eficiente.

En los laboratorios de la Universidad Tecnológica Nacional, F.R.B.B. se realizó la experimentación a pequeña escala para optimizar el proceso de Digestión Anaeróbica. Estos ensayos tienen por objetivo estudiar si los factores: Relación de Carga, Catalizador, Temperatura, pH y Azúcar permiten una estabilización de los sólidos residuales y aumentar el volumen y calidad del biogás generado. El primer factor a cuatro niveles y los restantes a dos.

Para este estudio se utilizó como herramientas estadística el Diseño de Experimentos, Método de Taguchi. Esta técnica es eficiente tanto para optimizar los diseños de productos como de procesos. En sus Arreglos Ortogonales se permiten incluir factores con dos, tres o combinar factores con diferentes niveles, modificando los Arreglos ya existentes.

En los ensayos realizados en la facultad los objetivos principales fueron determinar si los factores asumidos como importantes por la literatura tenían real influencia para este caso y luego ajustar los niveles para ellos. Los niveles elegidos están dentro del rango de valores asumidos como óptimos por los expertos.

Luego de evaluados los resultados se concluye que no todos los factores tienen efectos significativos y se comprobó, además, que los valores asumidos a priori como óptimos provocaban diferencias en la producción de biogás. Esta experimentación permitió, además, ajustar el mejor nivel para cada uno de ellos.

Palabras clave: Diseño de Experimentos. Método de Taguchi. Digestión Anaeróbica.

#### ABSTRACT

A malt company located in Bahía Blanca decided to treat its waste materials adding value to them through an Anaerobic Digestion process and, in this context, signed an agreement with the Group of Studies of Environmental Engineering at U.T.N., F.R.B.B.

The waste treatment by Anaerobic Digestion processes is a biological process whereby organic matter and organic waste decomposes in the absence of oxygen becoming biogas (consisting of methane and carbon dioxide among other main gases) and stabilized organic matter that can be later used as-fertilizer. Biogas production through Anaerobic Digestion represents an alternative treatment to those more conventional with enormous potential not only to prevent environmental damage, but also for energy efficiency.

In the laboratories of Universidad Tecnológica Nacional, F.R.B.B, a small scale experimentation was carried out in order to optimize Anaerobic Digestion Process. These test aimed at studying if the different factors (namely Loading Relationship, Catalyst, Temperature, pH and Sugar) allow for stabilization of solid waste and increase the volume and quality of the biogas generated. The first factor at four levels and the remaining at two.

Taguchi Method Design of Experiments was used as a statistical tool for this study. This technique is efficient to optimize product as well as process design. In its Orthogonal Arrays, factors with two or three levels can be included, as well as the combination of factors with different levels within the same analysis, changing already existing Arrays.

The main objectives for the tests carried out at the University were to determine if the relevant factors, assumed by literature, had authentic influence in this case, and then have their levels adjusted. The chosen levels appear within the range of values assumed to be ideal by the experts.

After assessing the results, It can be concluded that not all factors have significant effects and proved further that the values formerly assumed as optimal, caused differences in biogas production. In addition to this, this experimentation allowed to adjust the best level for each of them.

Key words: Design Of Experiments. Taguchi Method. Anaerobic Digestion.

## **CAPITULO 1**

### *APLICACIÓN DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS A UN PROCESO DE DIGESTIÓN ANAERÓBICA*

## 1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

En la ciudad de Bahía Blanca, provincia de Buenos Aires se firmó un convenio entre una empresa maltera de la ciudad y el Grupo de Estudios de Ingeniería Ambiental de la U.T.N, F.R.B.B. que tenía por propósito instalar un Digestor en la planta, así como también optimizar su desempeño.

La empresa deseaba realizar un tratamiento de sus residuos con el objetivo de que estos no resultaran perjudiciales para el medio ambiente. De todas las opciones evaluadas el tratamiento anaeróbico pareció la mejor elección ya que, no solo trataba los residuos, sino que también agregaba valor a los mismos. El biogás generado se usaría como fuente de energía en la empresa y el lodo estabilizado sería comercializado como fertilizante.

Cuando este proyecto se puso en marcha, la empresa delegó en el grupo de la Facultad la investigación que mejoraría la calidad del proceso de producción aumentando la cantidad de biogás producido, así como también su posterior control.

En todo proceso de producción nuevo existen numerosos factores que, a priori, se suponen influyen en el mismo y que deben ser estudiados. Si bien la bibliografía sobre el tema es abundante, cada caso en particular presenta sus propias características ya que se opera con materia prima distinta, propiedades particulares de los elementos, como por ejemplo, el agua, las condiciones climáticas propias del lugar, la capacitación de los profesionales que lo llevan a cabo, etc. Estos factores influyen sobre el proceso determinando la calidad del producto final.

Una vez instalado el digestor, en los laboratorios de la facultad se comienza a realizar una primera experimentación a pequeña escala para optimizar el diseño del proceso.

Una vez que se determine cuáles de los factores influyen realmente en el proceso se deberá determinar los niveles óptimos para ellos de manera tal que mejore la calidad, maximice la producción y haga robusto el sistema de producción ante el accionar de factores externos como por ejemplo, los climáticos.

Los factores que se estudiarán son: Relación de Carga (se refiere a las distintas proporciones de lodo estabilizado y sin estabilizar que se pone en el digestor), Catalizador, Temperatura, pH y Azúcar y se tratará de determinar si permiten una estabilización de los sólidos residuales y aumentan el volumen y calidad del biogás generado. El primer factor se evaluará a cuatro niveles mientras que los otros se estudiarán a dos, eligiéndose como característica de calidad la cantidad de biogás generado. Los niveles elegidos para estos factores se encuentran dentro del rango de valores considerados óptimos por los expertos. De acuerdo a los resultados que se obtengan se podrá determinar si estos valores son realmente los correctos o si es posible mejorar la información con que se cuenta. Realizar todos los ensayos necesarios para medir lo antes expuesto implica un elevado costo en materiales, amplias instalaciones en los laboratorios y una gran cantidad de personal disponible, ya que serían necesarios 64 ensayos para poder evaluar todos los efectos y sus interacciones, además de las réplicas correspondientes para cada uno de ellos. Teniendo como base el conocimiento del Ingeniero Horacio Campaña Director del Grupo de Ingeniería Ambiental de la U.T.N., F.R.B.B., estudioso del tema en Argentina y autor de numerosos trabajos sobre Digestión Anaeróbica<sup>(7)</sup>, se consideró que el efecto de las interacciones entre los factores antes mencionados son despreciables se propone la utilización del Diseño de Experimento, método de Taguchi, como la herramienta estadística para obtener los resultados buscados ya que su implementación permitirá disminuir considerablemente, a solo 8 ensayos (con dos réplicas) el tamaño de la experimentación. Otra ventaja que posee el método de Taguchi es que permite, con los mismos resultados obtenidos en los ensayos, obtener los mejores parámetros para maximizar la producción promedio de biogás y disminuir la variabilidad del proceso de producción aumentando la calidad del mismo.

## 2. ANTECEDENTES EXISTENTES EN CUANTO A LA SOLUCIÓN DEL TEMA

Si bien las técnicas de Taguchi fueron ampliamente estudiadas y debatidas a partir de la década del 80 en Europa y Estados Unidos, en nuestro país no son masivamente utilizadas por las empresas.

La Filosofía propuesta por Taguchi para el mejoramiento de la Calidad pone énfasis en la reducción de la variabilidad. En la formulación de la Función Pérdida que realiza puede observarse que, para reducir la pérdida ocasionada al

cliente por el producto o servicio, no alcanza con llevar el valor de la variable respuesta a un valor objetivo, sino que también debe reducirse la variabilidad del proceso.

En este sentido, el Dr. Taguchi desarrolló técnicas que tienen por objetivo obtener un producto o sistema de producción "robusto", es decir, insensibles al entorno. Para ello emplea una nueva visión del Diseño de Experimento, introduciendo unas tablas conocidas como "Arreglos Ortogonales". Los Arreglos Ortogonales son un conjunto especial de matrices, construidos por Taguchi, a partir de las matrices ortogonales de Hadamard, que se utilizan para planear la experimentación.

La competitividad de las empresas, la necesidad de incrementar la calidad de los productos bajando los costos, tanto de producción como de investigación, han llevado a renovar el interés en las técnicas de Taguchi ya que su utilización presenta las siguientes ventajas:

- a) Pueden ser utilizados en numerosos ámbitos de la industria.
- b) Pueden ser aplicados al diseño experimental involucrando un gran número de factores realizando un número de experiencias reducido.
- c) Los factores con dos, tres niveles y los diseños con factores a diferentes niveles son tratados de igual manera, es decir, el análisis que se realiza de los arreglos ortogonales es similar para todos ellos.
- d) Permite determinar los factores que influyen en la variabilidad de los procesos de manera similar al análisis que se realiza para determinar los factores que influyen en la media del proceso, sin tener que recurrir al Modelo Lineal Generalizado.

En los últimos años se ha advertido un renovado interés por este método alternativo al Diseño de Experimento Clásico con numerosas publicaciones donde se aplica el Diseño de Experimento de Taguchi en diversas áreas de la ingeniería. El método ha sido aplicado con éxito en numerosas experiencias en empresas, por ejemplo, con sólo nueve ensayos (cuatro factores a tres niveles cada uno), y tres réplicas se optimizó un proceso de pulido de piezas de fundición <sup>(25)</sup>, que con la aplicación del diseño clásico hubiera llevado 81 ensayos con sus respectivas réplicas. De la misma manera se aplicó con éxito a la investigación de la industria del acero <sup>(2)</sup>, a la experimentación en la optimización de los procesos de purificación de minerales en regiones de Angora con

amoníacos <sup>(30)</sup>. En la industria textil también se aplicó el diseño de Taguchi para purificar aguas residuales <sup>(38)</sup>, realizándose un diseño mixto con siete factores a tres niveles y uno a dos niveles, con 18 ensayos y una réplica, si se hubiera utilizado el diseño clásico se hubiera necesitado 4374 ensayos. El mismo diseño se aplicó en la industria para determinar la performance de las máquinas de precisión ante la baja de tensión eléctrica <sup>(26)</sup>.

Estas dos últimas aplicaciones muestran claramente la necesidad de aplicar el método de Taguchi en las industrias, ya que el diseño clásico hubiera sido imposible de aplicar por costos, lugar para la experimentación y los tiempos requeridos para la misma.

Estos son solo algunos ejemplos donde se puede observar la importancia que ha adquirido en los últimos tiempos el Método de Taguchi como una de las herramientas para optimizar los procesos de producción.

### 3. OBJETIVOS DE LA TESIS

Objetivos principales:

- Emplear el Método de Taguchi como alternativa al Diseño Experimental Clásico en la maximización de la producción de biogás mediante un proceso de digestión anaeróbica.
- Describir las técnicas utilizadas por Taguchi en su Método de Diseño de Experimento.
- Profundizar los métodos de resolución para Diseños Mixtos en el Diseño de Experimentos.
- Extender el Método de Resolución del Diseño de Experimento para Datos por atributo.
- Determinar la potencia de los Arreglos Ortogonales para factores con dos y tres niveles.

Objetivo Secundario:

- Mostrar las ventajas y desventajas del Método de Taguchi respecto al Diseño de Experimento Clásico.

Objetivos de la Experimentación:

- En esta primera etapa de la investigación se estudiará si los factores Relación de Carga (se refiere a las distintas proporciones de lodo estabilizado y sin estabilizar que se pone en el digestor), Catalizador, Temperatura, pH y Azúcar permiten estabilizar los sólidos residuales y aumentar el volumen y calidad del biogás generado.
- Determinar si los factores asumidos como importantes por los expertos tienen real importancia en este caso.
- Determinar si los valores asumidos como óptimos para los factores: Relación de Carga, Catalizador, Temperatura, pH y Azúcar provocan diferencia en la producción de biogás.

#### 4. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

En este caso los factores que intervienen en la experimentación no poseen interacción entre sí, por lo que se utilizará un Arreglo Ortogonal con Niveles Múltiples, es decir se modificará un A.O L8 para contener un factor con cuatro niveles y de esa manera obtener los factores significativos y los mejores niveles para estos, de manera tal que se maximice de la producción de biogás. Se realizarán dos réplicas para cada ensayo con el objetivo de evaluar la Señal – Ruido mediante el método de Repeticiones Simples, y de esa manera obtener los mejores niveles de los factores para disminuir la variabilidad del proceso.

La experimentación se realizará en los laboratorios de la Facultad en dos etapas de cuatro ensayos y dos réplicas para cada uno de ellos. Para determinar qué ensayos se realizarían en cada de ellas se tuvo en cuenta uno de los factores que es la Temperatura, es decir se hizo un experimento parcialmente aleatorizado. La primera parte comenzó en Noviembre de 2008, a una temperatura ambiente de 25 grados, mientras que la segunda etapa fue a partir de Junio de 2009, a una temperatura de 15 grados. Para mantener las temperaturas constantes se recurrió a equipos de aire frío y caliente. La duración de cada etapa fue de 1288 hs, que es aproximadamente el tiempo máximo que se consideran pueden permanecer los barros en el Digestor de la Planta.

Los resultados serán analizados mediante un ANOVA y, una vez que se obtengan los factores significativos, tanto para maximizar la respuesta media como para disminuir la variabilidad del proceso, se estudiarán cuáles son los

mejores niveles para ellos. Se utilizará como Software el S.E.C.T.O.R. diseñado por el Centro de Estudios de Calidad Total de la Universidad Nacional del Sur. Se debió recurrir a este Software debido a que los Software especializados en Estadística, como el Statgraphics y el SPSS no tienen incorporado el método utilizado.

## 5. PARTES CONSTITUTIVAS DE LA TESIS

En el capítulo 1 de la tesis se hace una síntesis de la misma, con la presentación del tema, la Aplicación del Diseño de Experimentos a un Proceso de Digestión Anaeróbica, con sus antecedentes, objetivos, partes constitutivas y aportes esperados.

En el capítulo 2 se puede observar cómo, a partir de las crecientes exigencias de los clientes, el concepto de Calidad ha evolucionado provocando que haya diferentes visiones sobre su definición. En especial, se pone énfasis en la definición de Calidad que realiza el Dr. Taguchi ya que ésta es la base para el posterior desarrollo de su teoría. De las definiciones se desprende, además, que no hay productos de calidad sin procesos de calidad, y estos están sujetos a la influencia de innumerables factores no controlados que producen variabilidad en el resultado final. La utilización del Control Estadístico de Procesos permite disminuir y controlar esta variación.

En el capítulo 3, se presentan herramientas estadísticas como el Análisis de Varianza y el Diseño de Experimentos que son usadas para optimizar los diseños tanto de productos como de procesos. El Análisis de la Varianza permite además, analizar los resultados obtenidos en los ensayos de los Diseños de Experimentos. Primitivamente estas técnicas se implementaban sólo en las Ciencias Agrarias, siendo uno de los principales aportes del Dr. Taguchi su aplicación en la Investigación en la Empresa.

En el capítulo 4, se hace un desarrollo de la teoría del Dr. Taguchi, con la presentación, en primer lugar, de los distintos tipos de Función Pérdida de acuerdo a las particularidades de la Característica de Calidad que se esté evaluando. Luego se analizan los Arreglos Ortogonales, tanto para dos y tres niveles, así como también los Arreglos para Niveles Múltiples que permiten incluir factores con diferentes niveles dentro de un mismo análisis, modificando los Arreglos ya existentes y, además, el análisis del Diseño de Experimentos

para Datos Cualitativos. Se presenta el Análisis de la Señal – Ruido para los distintos casos de estudio. Se hace un desarrollo del tratamiento para datos faltantes, la Potencia de los Arreglos Ortogonales cuando se tienen dos, tres y cuatro réplicas, y finalmente se compara los dos métodos de Diseño de Experimentos, el Clásico y el de Taguchi.

En el capítulo 5 se presenta una descripción del tratamiento de residuos mediante la Digestión Anaeróbica, sus características, antecedentes y la aplicación para este caso en particular. Se explica la forma en que se llevó a cabo la experimentación y se realiza el análisis de los resultados.

En el capítulo 6 se realizan las conclusiones.

## 6. APORTES ESPERADOS DE LA TESIS

Las técnicas de Taguchi comienzan a estudiarse en Argentina, por un grupo muy reducido de personas, a comienzo de los años 90 y no hay registros de presentaciones relacionadas con este tema en los congresos especializados de la época. Así mismo hoy en día son pocas las facultades que ofrecen algún curso donde se desarrollen estas técnicas, esto provoca, en general, un desconocimiento de las mismas por parte de los profesionales que impide su utilización para la mejora de los procesos de producción. Es por ello que con esta tesis se espera:

- Contribuir a la difusión de la metodología de Taguchi.
- Mostrar las ventajas operativas del Método de Taguchi en el Diseño de Experimento para factores con tres niveles o niveles múltiples.
- Mostrar la ventaja de utilizar el Método de Taguchi cuando hay datos faltantes.
- Desarrollar un método para el diseño de experimentos donde la variable respuesta es un atributo.
- Mostrar la factibilidad de la aplicación del Método de Taguchi a numerosas disciplinas, incluyendo un proceso químico como el de la Digestión Anaeróbica.

## **CAPITULO 2**

### *UNA VISIÓN SOBRE LA CALIDAD*

## 1. CALIDAD

En un mundo globalizado, donde las empresas se ven obligadas a competir libremente, con cambios tecnológicos cada vez más acelerados, donde las economías están abiertas a inversiones extranjeras, toda organización debe esforzarse para brindar a sus clientes productos o servicios de calidad y a bajo costo si quiere permanecer o ganar mercados.

Desde hace siglos existen estándares de calidad que son invariantes al tiempo y a las personas. Las estrategias y herramientas para asegurar la calidad pueden haber cambiado, pero las expectativas básicas de los clientes, se han mantenido prácticamente constantes.

El concepto de calidad ha evolucionado significativamente durante los últimos años. De ser universalmente concebido como un valor referido a características físicas de bienes materiales, fue ampliando su contenido, incorporando componentes que tienen que ver con percepciones y expectativas respecto de otro tipo de prestaciones <sup>(40)</sup>.

La Calidad dejó de estar definida por el “prestador”, para pasar a ser definida por el “destinatario” de la prestación quien debe resultar plenamente satisfecho con ella.

Considerando a una Empresa u Organización en su conjunto, se puede observar que la Calidad de su gestión estará determinada por los niveles de satisfacción que logre en cada uno de los sectores que tienen un interés común en su desempeño (stakeholders): los clientes, los accionistas, los empleados, los proveedores y la comunidad. Si una empresa lograra la máxima satisfacción de cada uno de ellos, de manera permanente, habrá alcanzado la excelencia.

Toda organización debe esforzarse por lograr la excelencia. Este es el objetivo primordial que debe plantearse la Alta Dirección y llevarse a cabo en todos los estamentos de la Organización a fin de poder mantener la competitividad, hacer un uso más efectivo y eficiente de los recursos y brindar satisfacción a los clientes mediante productos o servicios de calidad <sup>(9)</sup>.

Una organización podrá competir y aspirar al éxito en los actuales mercados si se empeña en mejorar de manera denodada sus productos, servicios, y procesos que los generan, haciendo partícipe a la totalidad de su personal de manera activa. Calidad implica mejora continua.

La mejora continua debe verse reflejada en una mejora en todos los indicadores de calidad que defina la organización, debe haber una amplia satisfacción de los cliente, ya sean internos o externos, deben reducirse los costos y aumentar tanto la productividad como la rentabilidad.

### 1.1. Evolución de la Calidad

El significado de la palabra calidad ha ido evolucionando con el paso del tiempo, adquiriendo un sentido más amplio que en sus orígenes.

En una primera etapa donde la manufactura se realizaba en forma artesanal la calidad era sinónimo de “hacer bien las cosas, sin importar el costo, el tiempo o el esfuerzo necesario para su realización”. Se puede observar que la finalidad era la satisfacción del cliente, al igual que la del artesano y también la realización de productos únicos e irrepetibles <sup>(24)</sup>.

Con la Revolución Industrial, el objetivo principal fue la producción en serie, es decir, la producción de numerosos productos sin que ello asegurara su calidad. Los objetivos principales que perseguían las industrias eran asegurar beneficios económicos y expandir su producción <sup>(4)</sup>.

Con la Segunda Guerra Mundial, nuevamente el término calidad tuvo una mutación importando ahora la eficacia y la prontitud, sin importar costos, garantizando su disponibilidad en la cantidad y el momento preciso.

La llegada de Deming a Japón al finalizar la Segunda Guerra Mundial produce una nueva visión de la calidad. Lo importante era realizar bien los productos desde la primera vez, teniendo como meta la satisfacción de los clientes, ya sean internos o externos, minimizar los costos y ganar una situación de privilegio en el mercado <sup>(9)</sup>.

La primera técnica de Control de Calidad que se utilizó fue la inspección de productos terminados con el objetivo de que los productos no conformes no llegaran a los clientes.

Posteriormente se incorporaron técnicas de inspección y producción tendientes al Aseguramiento de la Calidad, siempre intentando satisfacer al cliente, prevenir errores de producción, reducir costos y ganar mercados <sup>(4)</sup>.

Estos últimos pasos desembocaron en la Filosofía de la Calidad Total que basa su accionar en la satisfacción de los clientes y la mejora continua.

Esta evolución muestra cómo se ha ido avanzando en la idea de ofrecer a los clientes productos o servicios de mayor calidad, y cómo esta necesidad de mejora hace que todos los integrantes de la organización, comenzando con la Alta Gerencia, deban involucrarse para conseguir este objetivo. La calidad no es sólo un requisito de los clientes es también la clave que asegura la permanencia de las empresas en los mercados <sup>(40)</sup>.

Siempre los clientes demandaron calidad para sus productos o servicios, pero el establecimiento de los estándares de calidad y su cuantificación mediante indicadores es una práctica relativamente moderna.

## 1.2. Las diferentes visiones sobre la Calidad

Para poder implementar en una organización una filosofía de Calidad Total debe entenderse y definirse correctamente qué se entiende por Calidad. Todas las personas están de acuerdo en que desean productos o servicios de calidad, pero no siempre coinciden en definir qué es realmente un producto de calidad.

Los principales referentes de la "Gestión de la Calidad", como Crosby, Deming, Feigenbaum, Ishikawa, Juran, Shewhart y Taguchi, tienen una definición propia y particular sobre ella <sup>(24)</sup>.

En general, la definición de calidad que tienen estos expertos se pueden dividir en dos categorías, una de ellas pone el énfasis en el cumplimiento de las especificaciones en las características medibles a través de las cuales se evalúa la satisfacción de los clientes, mientras que en la otra categoría se encuentran aquellas definiciones que basan la calidad únicamente en la satisfacción de los clientes independientemente de los estándares de calidad.

En resumen, un tipo de definición pone énfasis en trabajar con las especificaciones, mientras que el otro se inclina por destacar la satisfacción de los clientes.

**Según Crosby**, del libro "Quality is free", Mc Graw Hill, New York, 1979, se pueden extraer los siguientes conceptos:

*"El primer supuesto erróneo es que calidad significa bueno, lujoso, brillo o peso. La palabra "calidad" es usada para darle el significado relativo a frases como "buena calidad", "mala calidad" y ahora a "calidad de vida". Calidad de vida es un cliché porque cada receptor asume que el orador dice exactamente lo que*

*para él (ella) "el receptor", quiere decir. Esa es precisamente la razón por la que definimos calidad como "Conformidad con requerimientos", si así es como lo vamos a manejar.... Esto es lo mismo en negocios. Los requerimientos tienen que estar claramente establecidos para que no haya malentendidos. Las mediciones deben ser tomadas continuamente para determinar conformidad con esos requerimientos. La no conformidad detectada es una ausencia de calidad. Los problemas de calidad se convierten en problemas de no conformidad y la calidad se convierte en definición."*

La esencia de la definición de Calidad de Phil Crosby se puede presentar, resumida, en los siguientes puntos:

- Es necesario definir qué se entiende por "calidad"; de otra forma, no se puede conocer lo suficiente acerca de qué se está haciendo para obtenerla.
- Debe realizarse un estudio de mercado para determinar los requisitos de los clientes y luego establecerse las características medibles en los productos que sean más adecuadas para representarlos.
- Los requisitos de los clientes deben transformarse en especificaciones numéricas y mediante el cumplimiento de dichos estándares determinar si los productos son o no de alta calidad.

Para Crosby, el concepto de Calidad está asociado al cumplimiento de las especificaciones, es decir, un producto o servicio será de buena calidad si al medir todas sus características de calidad éstas permanece dentro de los parámetros preestablecidos.

**Según Deming**, del libro *"Fuera de la Crisis"* MIT, 1988

*"Los problemas inherentes en tratar de definir la calidad de un producto, casi de cualquier producto, fueron establecidos por el maestro Walter Shewhart. La dificultad en definir calidad radica en traducir las necesidades futuras de los usuarios en características medibles, solo así un producto puede ser diseñado y fabricado para dar satisfacción a un precio que el cliente pagará. Esto no es fácil, y tan pronto como uno se siente exitoso, encuentra rápidamente que las necesidades del cliente han cambiado y que la competencia ha mejorado, hay nuevos materiales para trabajar, algunos mejores que los anteriores, otros peores, otros más baratos, otros más caros... ¿Qué es calidad? Calidad puede estar definida solamente en términos de la gente. ¿Quién es el juez de la*

*calidad? En la mente del operario, produce calidad si toma orgullo en su trabajo. La mala calidad, según este agente, significa la pérdida del negocio o de su trabajo. La buena calidad, piensa, mantendrá a la compañía en el negocio. Todo esto es válido en industrias de bienes y servicios. La calidad para el Gerente de Planta significa obtener las cifras resultantes y conocer las especificaciones. Su trabajo es también el mejoramiento continuo de los procesos y liderazgo.*

Esta definición está basada en la satisfacción del cliente, de hecho, el título de este capítulo del libro es "Calidad y el cliente", y lo más destacado de la definición es:

- Define a la Calidad como satisfacción del cliente.
- Es imposible definir la calidad de un producto o servicio con una sola característica, es necesario recurrir a más de una variable.
- Hay diferentes grados de calidad. La calidad está esencialmente ligada a la satisfacción del cliente, la calidad de un producto determinado es mayor a la calidad de otro producto similar para un cliente particular, si el primer producto satisface sus necesidades en un mayor grado del que lo hace el segundo.

**Según Feigenbaum**, del libro "Control Total de la Calidad", 3º ed.

*"La calidad es una determinación del cliente o una determinación del ingeniero, ni del Mercadeo, ni del Gerente General. Está basada en la experiencia actual del cliente con los productos o servicios, comparado con sus requerimientos establecidos o no establecidos, conscientes o inconscientes, técnicamente operacionales o enteramente subjetivos y siempre representando un blanco móvil en un mercado competitivo. La calidad del producto y servicio puede ser definida como: Todas las características del producto y servicio provenientes de Mercadeo, Ingeniería, Manufactura y Mantenimiento que estén relacionadas directamente con las necesidades del cliente".*

La definición de Feigenbaum sobre la calidad está orientada a que el producto o servicio satisfaga las necesidades de los clientes. Las principales características de su definición son:

- Un producto o servicio será de calidad si satisface a los clientes.

- La calidad debe definirse en forma comprensiva, y abarcar más de un aspecto.
- Debido a que los clientes tienen necesidades cambiantes, la calidad es dinámica. Sobre esto, Feigenbaum escribe: “Un rol crucial de la Alta Gerencia para la calidad es el reconocer esta evolución en la definición de calidad que tienen los clientes, en distintas fases del crecimiento del producto. Si la evaluación de la calidad depende del cliente y se necesita retroalimentación mientras el producto se está desarrollando, entonces se está en capacidad de traducir necesidades del cliente en características del producto”. Feigenbaum considera que es la misión del Marketing determinar qué consideran los clientes un producto de calidad, mientras que la Ingeniería traduce estas necesidades de los clientes en estándares específicos.

La capacidad para determinar lo que los clientes requieren de un producto o servicio para considerarlo ideal y luego traducir esta información en especificaciones para una variedad de características de productos y servicios, constituyen el principal reto que tienen los expertos en Gestión de Calidad Total.

**Según Ishikawa**, de libro *¿Qué es Control Total de la Calidad? El modelo japonés*; Prentice Hall, 1985

*“Hacemos énfasis en la orientación hacia el cliente. Aquí, ha sido aceptado por los productores el pensar que le están haciendo al cliente un favor vendiéndoles sus productos. Esto lo llamamos un tipo de operación “por producto”. Lo que propongo es un sistema de “mercadeo interno”, en el que los requerimientos del cliente son analizados. En términos prácticos, propongo que los industriales estudien las opiniones y requerimientos del cliente y los tomen como referencia cuando diseñen, produzcan y vendan sus productos. Cuando desarrollen un nuevo producto, el fabricante deberá anticipar los requerimientos y necesidades del cliente.*

*Como uno interprete el término "calidad" es importante....De manera somera, calidad significa calidad del producto. Más específico, calidad es calidad de trabajo, calidad del servicio, calidad de información, calidad de proceso, calidad de la gente, calidad del sistema, calidad de la compañía, calidad de objetivos, etc.”.*

Esta definición se encuentra ubicada dentro del grupo que pone énfasis en la satisfacción de los clientes. Menciona en forma amplia los principios básicos del Control de Calidad y está orientada claramente hacia el Aseguramiento de Calidad a un nivel práctico. No menciona mucho sobre cómo los procesos de producción o atención, pueden ser diseñados para asegurar la satisfacción de las necesidades y expectativas de los clientes.

Los puntos esenciales de la definición de Ishikawa sobre la Calidad son:

- Un producto o servicio será de calidad si satisface a los clientes.
- La calidad debe definirse en forma comprensiva. Para realizar un producto de calidad debe estar involucrado cada integrante de la organización.
- La definición de calidad de un producto o servicio evoluciona debido a que los requisitos de los clientes van cambiando con el paso del tiempo.
- Para Ishikawa el precio de un producto es importante. Como considera que la calidad está relacionada con la satisfacción de los clientes, si el precio es más alto de lo recomendable, el cliente, evidentemente, no estará satisfecho.

**Según Juran**, tomado del libro *Manual de Control de Calidad*, 4° Ed. McGraw Hill, 1

*"La palabra calidad tiene múltiples significados. Dos de ellos son los más representativos*

*1. La calidad consiste en aquellas características de producto que se basan en las necesidades del cliente y que por eso brindan satisfacción del producto.*

*2. Calidad consiste en libertad después de las deficiencias. Puede ser más conveniente tener alguna frase que sea universalmente más aceptada, por ejemplo, una que incluya las características del producto conllevan a la satisfacción y además libertad después de deficiencias. Varias frases han sido propuestas por practicantes, pero ninguna ha tenido aceptación universal. Sin embargo, en un libro como éste (Manual de Control de Calidad), es más conveniente estandarizar en un simple término la palabra calidad...sería adecuado para su uso".*

La definición que brinda Juran con respecto a lo que es "calidad", se puede enmarcar dentro de ambos grupos. Los puntos esenciales de esta definición son:

- Es muy probable que no se pueda dar una definición específica de la Calidad de un producto o proceso.
- Para Juran la calidad no sólo debe medirse en términos de satisfacción de los clientes, sino que también debe tenerse en cuenta la conformidad del producto o servicio con los estándares de calidad establecidos mediante las especificaciones y que deberían traducir las necesidades de los clientes.

**Según Shewhart**, de *Control Económico de la calidad en Manufactura*, New York, 1931.

*“Para la mayor parte, podemos pensar que las características objetivas de calidad que tiene algo pueden ser constantes y medibles, en el sentido de que las leyes físicas son cuantitativamente expresables e independientes en el tiempo. Cuando analizamos la calidad desde un punto de vista subjetivo, se realzan serias dificultades comparativas. Para comenzar, hay varios aspectos del concepto de valor, que se pueden agrupar en cuatro clases: Uso, costo, estima o aprecio y cambio. Desde el punto de vista de Control de Calidad en manufactura, es necesario establecer estándares de calidad de una forma cuantitativa. Por esta razón estamos forzados a este tiempo para expresar dichos estándares tan pronto como sea posible, en términos de características objetivas y medibles. Sin embargo, esto no significa que la medida subjetiva de calidad no sea de interés. Por el contrario, esta medida es la que representa interés comercial.... Viéndolo bien, hay, en un cierto momento, algunos deseos humanos, de todo lo que encierra un proceso, desde la fabricación de la materia prima hasta el ensamble del producto terminado de distinta clase. Estos deseos son estadísticos en naturaleza, mientras que la calidad de un producto terminado la dan en términos de características físicas deseados por un solo individuo, el cual no necesariamente sea el mismo que para los demás. El primer paso del ingeniero para tratar de satisfacer esos deseos, es el intentar traducir esos deseos en características físicas y medibles. Al asumir este paso, la intuición y el juicio juegan un importante rol tan importante como lo es el conocimiento humano inmerso dentro de ese deseo.*

*El segundo paso para el ingeniero es establecer vías y formas de obtener un producto que pueda diferir de un arbitrario set de estándares de aquellas características de calidad que no son más que el fruto del azar”.*

Aunque Shewhart procure determinar características medibles de productos y servicios, el enfoque de su definición de calidad es consistente con aquellas que involucran las necesidades de los clientes.

Los puntos esenciales de Shewhart son los siguientes:

- Existen dos visiones de la calidad, una subjetiva y está relacionada con las necesidades de los clientes y otra objetiva que tiene que ver con las especificaciones del producto o servicio.
- Una importante dimensión de calidad es la prestación recibida por el precio pagado.
- Los estándares de calidad deben ser características medibles del producto.
- La estadística debe ser utilizada para recolectar los datos y luego analizarlos, determinando cuáles son las necesidades de los clientes y traduciéndolas en características medibles. Como se puede observar la definición de Shewhart es superadora de las definiciones de su época.

**Según Taguchi**, de *Taguchi y Yu-in Wu: Introducción al Control de Calidad, Japón 1979*

*“La calidad es la pérdida que un producto causa a la sociedad después de haber sido entregado... algunas otras pérdidas son causadas por su función intrínseca.”*

Los puntos esenciales de la definición de Taguchi son:

- La Calidad es la pérdida causada a la sociedad.
- Las pérdidas causadas por funciones propias del producto o servicio no son tenidas en cuenta para calcular la pérdida ocasionada a la sociedad.

Estas pérdidas se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Pérdidas producidas por los efectos secundarios del producto.
- Pérdidas producidas por las variaciones de las características de calidad del producto.

Aunque no resulta claro, puede considerarse que en la definición de Taguchi prevalece la satisfacción de los estándares de calidad.

Para entender este concepto (o filosofía) es preciso comprender la posición de Japón dentro de la competencia económica mundial. Japón es una isla con recursos naturales limitados, con excepción de sus recursos humanos. El método por el cual consigue sobrevivir económicamente es: importar materiales, procesarlos y exportar los productos resultantes. Gran parte del éxito económico del Japón tiene su base en el alto valor alcanzado por sus productos sustentados en una alta tecnología. La eficiencia en el trabajo de conversión de recursos de un estado (primitivo), a otro estado (manufacturado) se debe, en parte, a la eficacia de los procesos. La eficiencia en el aumento de valor de materiales a un producto terminado equivale a un proceso con poca pérdida. Pérdida mínima para la sociedad se ajusta perfectamente a la posición de competencia en el mercado con un proceso efectivamente valorizado.

### 1.3. Función Pérdida

Entre los aportes del Dr. Taguchi a la Ingeniería de Calidad se destaca la introducción de la Función Pérdida que combina el deseo del consumidor en adquirir un producto que sea más duradero, en todos los aspectos, y el deseo del fabricante en fabricar productos con menor costo <sup>(46)</sup>.

Los productos fuera de especificación provocan una pérdida de calidad en el fabricante, que es visible (productos que deben ser reprocesados o desechados) cuyo valor se contabiliza como costo del mismo. Sin embargo, productos que están dentro de las tolerancias también provocan una pérdida que es visible para el cliente y que puede perjudicar tanto a las ventas como el prestigio del fabricante.

Nivel de Calidad

Función pérdida

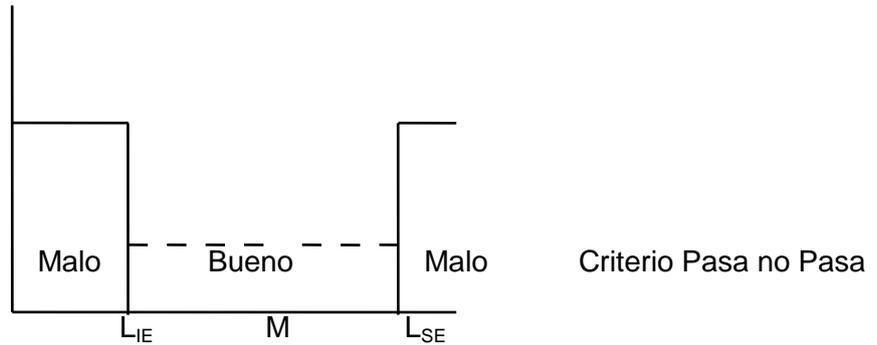


Figura 1. Criterio de calidad de acuerdo a las especificaciones

Al cliente le será difícil, si no imposible, percibir la diferencia entre un producto cercano al  $L_{IE}$  (límite inferior de especificación) o al  $L_{SE}$  (límite superior de especificación), ambos productos, para él, serán igualmente malos.

El Dr. Taguchi considera que la curva que mejor representa a la función pérdida es la cuadrática, siendo el vértice (valor central) el óptimo y los valores más cercanos a él también. A medida que nos alejamos comienza a decaer la calidad y cuando nos acercamos a los límites de especificación ya puede considerarse que la calidad es mala. Esto nos permite ver que aún estando dentro de las especificaciones los niveles de calidad de los productos varían, de acuerdo a si están situados cerca o más alejados del valor central.

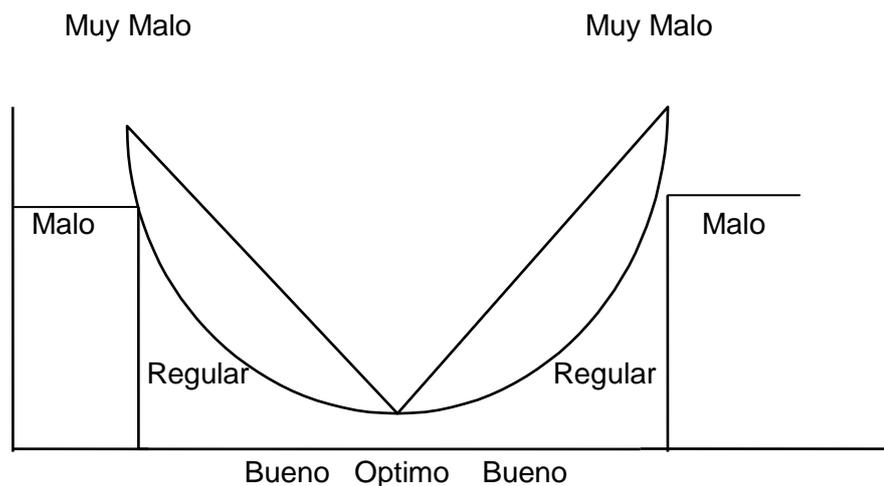


Figura 2. Criterio de Calidad de acuerdo al Dr. Taguchi

Una variación de las características de calidad alrededor del valor nominal elegido como valor ideal, causa una pérdida en el consumidor. Esta pérdida puede medirse en valor monetario.

Para Taguchi el costo que percibe el consumidor debido a la performance es proporcional al cuadrado de las desviaciones respecto al valor deseado (target).

Si se considera que “y” representa la medición de una característica de calidad en una escala continua, donde el valor objetivo es R y que f(y) representa la pérdidas, en valor monetario, sufrida por el consumidor por recibir el producto desviado de R (ideal) a “y” (real). En general, cuanto más alejado está el valor de “y” a R mayor será el costo para el consumidor. No es fácil determinar la función f(y), Taguchi aconseja una función como la siguiente:

$$f(y) = K (y - R)^2$$

dónde K es una constante que se conocerá cuando pueda ser determinada la función f para un valor particular de “y” <sup>(46)</sup>.

Para que esta variación de la pérdida pueda medirse es necesario que el valor deseado esta determinado, y las pérdidas aumentan simétricamente al separarse el valor de la característica que se mide del valor esperado para la misma.

Esta desviación en las características de calidad de los productos o servicios respecto a su valor nominal (target) se debe principalmente a la variabilidad que se producen en los procesos. Dos productos generados de una misma manera, es decir, utilizando las mismas máquinas, con los mismos operarios, la misma materia prima y los mismos métodos de producción no serán iguales. Es probable que en apariencia sean iguales pero cuando se sometan a una inspección más exhaustiva, con instrumentos de medición más precisos, se podrá observar la diferencia entre ellos. La calidad de los procesos determina inevitablemente la calidad de los productos que de ellos se obtiene, es por ello que los esfuerzos que se realicen en todo proceso de mejora deben ser puestos en controlar y reducir la variabilidad, de forma tal que los procesos sean estables, consistentes y predecibles.

## 2. CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS

En un mundo globalizado, donde las barreras fronterizas tienden a desaparecer dando apertura a mercados mundiales de consumidores, las empresas están obligadas a ser competitivas para lograr su supervivencia o crecimiento, es decir, las organizaciones que deseen sobrevivir en este nuevo panorama deben optimizar sus procesos y recursos con el objetivo de crecer y, poder así, ofrecer a sus clientes un producto y/o servicio de calidad.

Ante esta situación la primer solución propuesta por la mayoría de las empresas involucra cambios tecnológicos, de diseño, etc., lo que implica una fuerte inversión. Esto no es sencillo especialmente para las pequeñas y medianas empresas cuya posibilidad de acceder a créditos u otro tipo de inversión para modificar su tecnología es casi nula.

Pero las grandes inversiones en tecnología no deben ser el primer paso que dé una organización para mejorar su inserción en los mercados, antes debe asegurarse que sus procesos actuales sean óptimos. Para lograrlo existe una herramienta estadística muy poderosa y sencilla de implementar: El Control Estadístico de Procesos (C.E.P.).

Control Estadístico de Procesos (SPC en inglés) es un conjunto de métodos para el mejoramiento de los procesos y de los productos que se basa en la filosofía de Calidad y utiliza herramientas estadísticas para estudiar y analizar los datos provenientes de los procesos, ayudando en la toma de decisiones <sup>(16)</sup>.

El Dr. Shewart comienza el Control de Calidad aplicando herramientas estadísticas, como los Gráficos de Control, para analizar el comportamiento de los procesos y asegurarse que trabajan sólo con causas aleatorias de variación <sup>(9)</sup>.

Un proceso industrial, ya sea destinado a producir un artículo o a prestar un servicio, es una sucesión de operaciones, cada una de las cuales va añadiendo valor al producto (o servicio) intermedio hasta lograr el producto final. Estas operaciones intermedias también admiten, a su vez, la denominación de procesos. Cada proceso intermedio está sujeto a la influencia de muchos factores no controlados, y por lo tanto a variabilidad en el resultado final.

## 2.1. La variabilidad de los Procesos

Los factores que afectan el desempeño de un proceso se pueden resumir en el siguiente esquema denominado de las 6 M <sup>(3)</sup>:

Mano de obra  
Materia prima  
Medio ambiente  
Método de producción  
Máquinas  
Medición

En la práctica siempre habrá factores que no se pueden controlar originando un producto final con una calidad variable. Por lo tanto, cuando se habla de controlar la calidad en realidad, se refiere a controlar la variabilidad en esa calidad.

Las causas que provocan variabilidad en la calidad se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Causas asignables: son las producidas por factores controlables, es decir, por aquellos que, una vez identificados, pueden ser llevados a su valor nominal y de esa manera volver a tener un producto o proceso de calidad.
- Causas no asignables: Son las variaciones naturales que afectan a todos los procesos de producción. Estas causas se denominan “al azar” o componente aleatorio. Se asumen como inevitables y son las que determinan la calidad final del producto o servicio. Las causas naturales son las diferentes fuentes de variación de un proceso que está bajo control estadístico, es decir, un proceso bajo control estadístico es el que se comporta como un sistema constante de causas aleatorias.

El propósito fundamental del C.E.P. es identificar y eliminar las causas asignables de variación para llevar a los procesos nuevamente bajo control, es decir, a actuar sólo con causas de variación no asignables <sup>(28)</sup>.

En resumen:

- Siempre habrá variación en la calidad de los productos o procesos, aunque esté bajo control estadístico.

- Un proceso de producción estará bajo control estadístico si la variación existente se debe solo al accionar de factores de ruido (causas no asignables).

El control del proceso se hará mediante el control de su variabilidad. Más concretamente, consistirá en controlar si la variabilidad observada es la que se espera si sólo actuaran causas no asignables. Por lo tanto para el Control de un proceso es fundamental la utilización de la Estadística y será eficaz solo si se realiza a lo largo del proceso y no solamente al final del mismo.

Si bien la aplicación del C.E.P. es una tarea estadística, su implementación es una decisión estratégica. Este carácter estratégico está determinado precisamente por el conjunto de causas de variabilidad no asignables que se mencionaron anteriormente. Es tarea de la "Alta Dirección" determinar qué factores está dispuesta a controlar y cuáles no. Para los factores controlados, la dirección debe especificar qué niveles de variabilidad está dispuesta a aceptar. Al hacer esto, está definiendo la calidad final que tendrá su producto. La labor del C.E.P. será, en esencia, asegurar que el producto final tenga esa calidad deseada. Idealmente si el proceso se encuentra en condiciones óptimas de funcionamiento, la variación producida se deberá al accionar de ciertos factores tales que el costo que implica su control no compensará la disminución en la variabilidad que se persigue. Se deduce entonces un primer aspecto importante en un proceso que funciona correctamente:

- Baja variabilidad: un producto o proceso es monitoreado mediante una o más características de calidad que en realidad son variables aleatorias. Si el proceso mantiene una adecuada performance entonces la varianza de esa variable aleatoria será pequeña, ya que sólo será influida por muchos factores que aportan poca variabilidad (factores de ruido). Esta variabilidad podrá ser estimada a partir de datos históricos debido a que el accionar de dichos factores permanece relativamente constante a lo largo del tiempo <sup>(3)</sup>.

Otro factor de importancia para el buen funcionamiento de los procesos es:

- Predictibilidad: Aunque la varianza de la característica de calidad que se utiliza para determinar la calidad del proceso o producto sea pequeña cuando el proceso está bajo control estadístico, no puede predecirse la calidad final

de un producto concreto en sí, pero si puede predecirse la calidad final de la población en su conjunto <sup>(3)</sup>.

Estas dos propiedades de la variable aleatoria que se quiere controlar: baja variabilidad y predictibilidad, son la base del Control Estadístico del Proceso.

Los métodos estadísticos juegan un papel importante en la reducción de la variabilidad y por lo tanto, en la mejora de la calidad. Algunas de sus aplicaciones son:

- En el diseño y desarrollo de los productos, los métodos estadísticos (incluyendo los experimentos diseñados) pueden utilizarse para comparar materiales, componentes o ingredientes distintos, y como una ayuda para determinar las tolerancias tanto de los sistemas como de los componentes. Esta aplicación puede reducir de manera significativa los costos y el tiempo de desarrollo de los productos.
- El Control Estadístico de Procesos se utiliza para mejorar los productos o procesos reduciendo la variabilidad al eliminar las causas asignables de variación. Mediante métodos estadísticos podemos mejorar la capacidad de los procesos.
- Mediante el Diseño de Experimentos se pueden mejorar los procesos produciendo mayor calidad a menor costo.
- Las pruebas de duración proporcionan datos de confiabilidad y rendimiento de un producto. Lo anterior puede conducir a diseños y productos nuevos o mejores, con una duración mayor y menores costos de mantenimiento.

De manera formal se puede definir entonces el Control Estadístico de la Calidad como el conjunto de métodos de ingeniería y estadística que se emplean en la medición, vigilancia, control y mejora de la calidad llevando a la empresa del Control de Calidad "Correctivo" por inspección, dependiente de una sola área, al Control de Calidad "Preventivo" por producción, dependiente de las áreas productivas, y posteriormente, al Control de Calidad "Predictivo" por diseño, dependiendo de todas las áreas de la empresa <sup>(34)</sup>.

## 2.2. Deming y los “14 puntos” para la Gerencia

El Dr. Deming nació el 14 de octubre de 1900, en Sioux City, Iowa. A los 17 años ingresa en la Universidad de Wyoming donde estudió ingeniería. En 1925, obtuvo un máster en Matemáticas en Colorado y en 1928, un doctorado en Física en Yale. Poco después, entró a trabajar en el departamento de Agricultura de los Estados Unidos, donde cultivó la base de los conocimientos por los que se hizo conocido: la estadística y un extraordinario rigor y constancia en todos sus planteos.

Por ese entonces, y por sugerencia de Walter Shewhart, intenta aplicar sus conocimientos estadísticos en las industrias. En 1939 empezó a trabajar en la oficina del Censo americana y como docente en Stanford. Mientras dictaba cursos a los gerentes de empresa estadounidenses comprobó que estos no consideraban que la Estadística pudiera aportarles elementos para la mejora de la Calidad y de la Gestión en sus organizaciones. Deming sostiene, entonces, que la calidad solo puede mejorar si está involucrada la Alta Dirección.

Decepcionado porque sus teorías no eran puestas en práctica por los empresarios americanos en 1947 se une al equipo dirigido por MacArthur, que se encargaría de la reconstrucción de Japón. La destruida economía japonesa fue el caldo de cultivo para su filosofía. En 1950 Deming se reunió con la JUSE (Japanese Union of Scientists and Engineers), donde se encontraban los principales directivos de las empresas japonesas. Durante los siguientes treinta años enseñaría sus métodos estadísticos a los ingenieros japoneses transformando sus productos en elementos de altísima calidad.

La Alta Gerencia de las empresas japonesas siguió la filosofía de Deming cambiando su forma de pensar y de administrar su empresa. Esto hizo que su economía y productividad cambiaran radicalmente convirtiéndose en líderes mundiales.

En reconocimiento a su aporte a la economía del Japón, en diciembre de 1950, la JUSE instituyó el Premio Deming a la excelencia en la Gestión de la Calidad y en 1960 el Emperador Horohito lo condecoró con la Medalla del tesoro Sagrado de Japón en su Segundo Grado.

El éxito que cosecharon las empresas japonesas atrajo las miradas de los gerentes de las empresas americanas hacia las teorías de Deming. Las soluciones rápidas y fáciles a las que, generalmente, recurrían los gerentes de

las corporaciones no daban los resultados esperados provocando la decadencia de su producción. La obtención de datos de un proceso o de un producto y la aplicación de técnicas estadísticas para analizarlos eran los principios básicos de la teoría de Deming que comenzarían a aplicar las organizaciones americanas para incrementar la calidad de su producción.

En 1982, el MIT publicó un libro donde Deming sintetizaba su teoría de gestión basada en sus famosos “catorce puntos” para impulsar la calidad y las “siete enfermedades” que lo impiden. A través de un proceso de transformación en avance, y siguiendo los Catorce Puntos y Siete Pecados Mortales, las compañías estarían en posición de mantenerse a la par con los constantes cambios del entorno económico. Obviamente, esto era mucho más largo, incluía mas procesos de los que estaban acostumbrados las corporaciones Americanas; de aquí, la resistencia a sus ideas.

Para implementar en una empresa la filosofía de la Calidad Total, Deming sostiene que sólo con el compromiso de la Alta Dirección es posible lograr el cambio cultural necesario para conseguir un éxito duradero que permita su consolidación y permanencia en el mercado.

La filosofía del Dr. Edward Deming proporciona un marco de referencia para la implementación de la calidad y la mejora de la productividad y está plasmada en 14 puntos para la gerencia.

Los 14 puntos de Deming son los siguientes:

- *Crear un propósito constante dirigido hacia la mejora de productos y servicios.* Es decir, debe intentarse de manera constante la mejora en el diseño y el desempeño del producto.
- *Adoptar una filosofía nueva para el rechazo de mano de obra poco calificada, productos defectuosos o servicios malos.* Cuesta mucho más producir unidades defectuosas que unidades buenas.
- *No depender de la inspección masiva para “controlar” la calidad.* La calidad es el resultado de la prevención de los defectos en la mejora de los procesos, no de la inspección.

- *No otorgar contrato a los proveedores sólo en base a los precios: también es necesario considerar la calidad.* El precio es una medida útil del producto del proveedor sólo si se le considera con una medida de calidad.
- *Hacer hincapié en la mejora continua.* Se debe involucrar a toda la organización para alcanzar este fin. Aquí tienen gran utilidad los Métodos Estadísticos.
- *Practicar los métodos de entrenamiento moderno e invertir en capacitación para todos los empleados.* Todo empleado debe ser entrenado para realizar la labor que desempeña y también en métodos para la mejora de la calidad y productividad.
- *Practicar métodos de supervisión modernos.* La primera meta de la supervisión debe ser mejorar el sistema de trabajo y el producto.
- *Eliminar el miedo.* Para mejorar la calidad y la productividad es preciso que la gente esté segura. Los trabajadores no deberían tener miedo de informar sobre equipos dañados, de pedir instrucciones adicionales, de llamar la atención sobre las condiciones que son perjudiciales para la calidad. El miedo desaparecerá a medida que mejore la Gerencia y que los empleados adquieran confianza en ella.
- *Romper las barreras entre las áreas funcionales de la Organización.* El equipo de trabajo interdisciplinario es fundamental para alcanzar una mejora en la calidad y en la productividad.
- *Eliminar objetivos, consignas y metas numéricas para la fuerza del trabajo.* Una consigna sobre el "Cero defecto" no tiene sentido sin un plan organizado para conseguirlo.
- *Eliminar cuotas numéricas y estándares de trabajo.* A menudo los estándares de trabajo son síntomas de la incapacidad de la gerencia para comprender el proceso de trabajo y proporcionar un sistema de administración efectivo dirigido a la mejora de la calidad.
- *Eliminar las barreras que desaniman a los empleados a hacer su trabajo.* La persona que realiza un trabajo es, en general, la que más sabe del mismo y

puede tener ideas muy valiosas sobre los cambios que se pueden realizar para mejorarlo.

- *Instituir un programa continuo de entrenamiento y educación para todos los empleados.* La educación en técnicas estadísticas sencillas pero poderosas debe ser obligatoria para todos los empleados. La educación es una manera de hacer que todos sean socios en el proceso de mejora de la calidad.
- *Crear una estructura en la alta gerencia que se avoque con vigor a los 13 primeros puntos.*

De los 14 puntos de Deming se desprenden dos cosas, primero, un fuerte hincapié en el cambio, segundo el involucramiento que debe tener la gerencia en la conducción de este proceso de mejora <sup>(9)</sup>. El método de Diseño de Experimento y las técnicas del C.E.P. contribuyen para conseguir este propósito.

### 2.3. Calidad en productos y procesos

El Diseño de Experimentos (DEE) es el centro de la Ingeniería de Calidad y constituye la causa principal del éxito de la industria japonesa. Los problemas esenciales en la calidad de los productos o procesos no se solucionan con discursos o presiones de la Alta Gerencia sino con la aplicación de técnicas acordes a los requisitos de los clientes y de las industrias actuales. Obtener productos de alta calidad a bajo costo es el objetivo de toda Organización que desee mantener sus mercados o expandirlos. La aplicación de estos métodos permite obtener productos o procesos <sup>(42)</sup>:

- Más insensibles a las variaciones producidas por los factores de control.
- Más robustos a las variaciones producidas por los factores de “ruido” (no controlables).
- Evitar los costos de reproceso.
- Hacer productos más insensibles a los factores ambientales aumentando la confiabilidad y reduciendo los tiempos del proceso.

### 2.3.1. Clasificación de los factores

La variable respuesta, o características de calidad, es función de diversos factores que la afectan haciendo que se desvíe de un valor nominal estipulado o meta. Estos factores pueden clasificarse de la siguiente manera <sup>(13)</sup>:

- Factores de Control: se puede elegir el valor o nivel con el objetivo de obtener la mejor respuesta.
- Factor de Tolerancia: es un factor de control que afecta los costos de fabricación de los elementos o servicios.
- Factores de ruido: este tipo de factores no pueden ser controlados durante el diseño ni la fabricación. Los valores que pueden asumir cambian de unidad en unidad y de un ambiente a otro. Se puede conocer el rango en que se oscilarán estos valores pero no se sabrá con seguridad que valor tomará en situaciones determinadas. Este tipo de factores provoca que la variable respuesta se aleje de su valor nominal.

En todo proyecto es importante que se identifique desde un primer momento cuáles son las características de calidad importantes, los factores de ruido, los factores de control y los factores de tolerancia.

El Diseño de Experimento es uno de los medio más eficaces para reducir la variabilidad. Se buscan los factores que más contribuyen a la variación y se ajustan a los niveles más convenientes para reducirla. Se trata también de conseguir productos o servicios más insensibles a los factores de ruido lo que se consigue explorando la relación entre estos y la característica de calidad.

### 3. QUIEN ES EL DR. GENICHI TAGUCHI?

El Dr. Genichi Taguchi nació en Japón en 1924. Se graduó de ingeniero en la Escuela Técnica de la Universidad Kiryu y recibió el doctorado en la misma universidad en 1962. Trabajó en el Astronomical Department of the Navigation Institute del entonces Imperio Japonés; más tarde en el Ministerio de Salud Pública y en el Institute of Statistical Mathematics. Sin embargo, su principal etapa profesional la desarrolló en la Electrical Communication Laboratory (ECL) de la Nippon Telephone and Telegraph Co. (1948-1961) donde dirigió sus esfuerzos a la mejora de la productividad, a la investigación y desarrollo.

Posteriormente fue profesor en la Universidad Aoyama Gaukin de Tokio y consultor para importantes empresas como Toyota Motors y Fuji Films. Es miembro de la Japan Association for Quality Control, la Japan Association for Industrial Engineering, la Japan Association for Applied Statistics y la Central Japan Quality Control Association.

Escribió numerosas publicaciones entre ellas Introduction to Quality Engineering, Systems of Experimental Desing, Robust Engineering y The Mahalanobis-Taguchi System, recibiendo el premio Deming a la calidad en cuatro ocasiones y en 1989 la medalla con banda púrpura al avance tecnológico y económico por el Emperador Akihito.

La competitividad a nivel mundial hace que una empresa deba extremar sus recursos para permanecer o ganar mercados. Los clientes reclaman con mayor énfasis productos o servicios de alta calidad. Esto provoca que las organizaciones incorporen tecnología cada vez más avanzada y junto a los avances de la electrónica y la informática, contribuyendo a incrementar exponencialmente la precisión en la medición y control de parámetros de un proceso, al mismo tiempo se incrementaron la cantidad de parámetros de control para un proceso o producto. Esto dejó en evidencia que la metodología utilizada normalmente en la industria para obtener el mejor conjunto posible de parámetros de control en la puesta a punto de un proceso o para lograr la optimización del mismo, que estaba fundamentada en la experiencia generalmente de unos pocos expertos, está quedando muy relegada y no permite que se saque el máximo aprovechamiento de estas maquinarias de última tecnología.

La incorporación de los Diseños de Experimentos para mejorar los productos o procesos industriales ha sido una de los mayores aportes que ha realizado el Dr. Taguchi para la mejora de la Calidad, complementando y potenciando la investigación en las empresas. Elaboró, además, nuevos conceptos como la Función Pérdida y la Señal – Ruido que permitieron optimizar los procesos de producción.

Los principales conceptos que se desprenden de la Doctrina del Dr. Taguchi son:

- La calidad no se consigue inspeccionando los productos, sino a través de mejorara el diseño del mismo en la fase inicial del proceso.

- La calidad de los productos o servicios mejora cuando se minimizar la variabilidad respecto a los valores objetivo, es decir, cuando se mejora el diseño reduciendo la variabilidad de los procesos.
- El costo de la no Calidad es en general producto del accionar de toda la organización y en particular es función de la variabilidad en los procesos.

El Dr. Taguchi adopta las enseñanzas de Deming respecto a que el mayor porcentaje (85 %) en los problemas de calidad de los productos o procesos es responsabilidad de la organización mientras un porcentaje menor (15 %) es atribuible a los trabajadores. Por este motivo Taguchi sostiene que deben desarrollarse sistemas de producción robustos que no sean alterados por factores internos y externos.

Esta doctrina alcanza su máximo desarrollo al aplicarse en el Diseño de Experimentos ya que en él intervienen una cantidad muy numerosa de factores. En Occidente en la década del 80 numerosas empresas como Ford, General Motors, Xerox y ATT comienzan a aplicar la Técnica de Taguchi y en el año 1987 el Diseño de Experimentos hace su aparición en las Normas ISO 9004, entre los métodos estadísticos que forman parte de la Gestión de Calidad y de los Sistemas de Calidad. Se hace referencia a esta técnica en las normas industriales QS9000, EAQF'94, FORMEL Q, etc.

El Dr. Taguchi propone la aplicación de técnicas estadísticas, como el Diseño de Experimentos, y otras herramientas de ingeniería para mejorar la calidad de los procesos y de esta manera reducir los costos por desperdicio y reproceso. Esta es una de sus contribuciones más importantes.

En sus métodos emplean la experimentación a pequeña escala con la finalidad de reducir la variación y descubrir diseños robustos y baratos para la fabricación en serie. Cuando sus métodos se aplican en forma sistemática es posible obtener productos y procesos más robustos, más eficientes y eficaces reduciendo los tiempos de investigación y de desarrollo de los diseños.

### 3.1. Visión de la Calidad según G. Taguchi

Como ya se dijo anteriormente Taguchi define a la Calidad como la pérdida económica impuesta a la sociedad desde el momento en que el producto es

lanzado al mercado. Estas pérdidas son función de la variación o desviación del producto respecto del valor meta <sup>(46)</sup>.

Cuando se desea obtener productos de calidad, minimizar los costos o pérdidas y utilizar los recursos de manera más eficiente, todos los agentes de la empresa deben involucrarse para conseguir este objetivo. El Sistema de Calidad Total es uno de los sistemas propuestos por el Dr. Taguchi que puede utilizarse para conseguir este objetivo.



Figura 3. Sistema de Calidad

El Dr. Taguchi clasifica las actividades para conseguir productos o servicios de calidad en dos tipos:

- Calidad "off line"
- Calidad "on line"

La primera se refiere a la calidad en el diseño y corresponde al mediano y largo plazo. La segunda es la que se llama tradicionalmente calidad de conformidad y representa la calidad del día a día.

Todos los esfuerzos de la Organización deben dirigirse a mejorar las actividades de calidad a mediano y largo plazo. Cuando estas no son capaces para reducir

la variación, entonces debe intervenir en las actividades de calidad del día a día y recurrir a la inspección para separar y redirigir los productos no conformes <sup>(46)</sup>.

### 3.1.1. La Calidad a Mediano y Largo plazo: “off line”

Las actividades que corresponden a esta calidad son el diseño del producto y el proceso de fabricación. El resultado de estas actividades es el conjunto de especificaciones que definen al producto y cómo debe fabricarse. Optimizar un producto implicará determinar la mejor arquitectura y los mejores parámetros nominales y de tolerancia. Para conseguirlo Taguchi señala como pasos a seguir <sup>(46)</sup>:

- Diseño de Sistema: En esta fase se examinan las posibles arquitecturas y tecnologías para alcanzar la calidad deseada. Es necesario, en esta fase, comprender las necesidades y exigencia de los clientes.
- El despliegue de la Función de Calidad (QFD: Quality Function Deployment) puede ser de gran utilidad como una técnica para optimizar la calidad y los costos en esta fase de la concepción del producto y/o proceso.
- Diseño de Parámetros: En esta etapa una de las técnicas que se aplica es el Diseño de Experimentos, ya que permite obtener el mejor nivel para los factores de control que hacen óptima la variable respuesta disminuyendo los costos de reproceso.
- Diseño de Tolerancias: En este análisis se determinan las tolerancias alrededor del valor nominal de los factores de control estudiados en el Diseño de Parámetros.

### 3.1.2. Diseño del Producto

Es la actividad más importante donde se puede reducir la variabilidad en los productos por el accionar de los factores de ruido. El DEE es la herramienta que se debe aplicar en el Diseño de Parámetros.

El Diseño de Producto involucra al:

- Diseño de Sistemas, que es apto para reducir la variación, ya sea de tipo ambiental o la variación de unidad a unidad;
- Diseño de Parámetros, puede reducir la variabilidad existente;

- Diseño de Tolerancia, puede reducir la variabilidad de unidad a unidad y también las producidas por los factores ambientales.

### 3.1.3. Diseño de Proceso

En esta fase el objetivo es la reducción de la variación de unidad a unidad. Con el diseño de parámetros se puede conseguir un proceso más estable en cuanto a la diferencias entre las unidades.

El diseño de parámetros puede reducir y hasta eliminar la inspección final y el reproceso.

En el Diseño de Procesos se tiene:

- Diseño de sistemas: no puede reducir la variabilidad ambiental pero sí puede reducir la variabilidad de unidad a unidad;
- Diseño de Parámetros: reduce la variabilidad de unidad a unidad pero no la ambiental;
- Diseño de Tolerancias: al igual que los diseños anteriores reduce la variabilidad entre unidades pero no la producida por los factores ambientales.

### 3.1.4. Calidad día a día ("on line"): La Fabricación

Los mejores diseños de productos y procesos hacen que las actividades del control día a día se vean reducidas <sup>(37)</sup>. Las principales actividades son:

#### 3.1.4.1. Control preventivo

La finalidad es detectar, antes que se produzcan, cualquier desviación respecto del valor nominal que provoquen unidades de calidad inferior. La técnica utilizada es el Control Estadístico de Procesos.

#### 3.1.4.2. Control adaptativo

Con la respuesta de los clientes, externos o internos, se hace una retroalimentación del sistema modificando las fases previas y evitando pérdida de calidad. Ayuda a evitar el aumento los costos por reproceso.

#### 3.1.4.3. Control final 100 %

Es el control final por inspección que se utilizaba en las empresas en las décadas anteriores. Se emplea para evitar que las unidades defectuosas puedan llegar al cliente (interno o externo).

En el siguiente cuadro se sintetiza los puntos anteriores y se determina para cada uno de ellos si es posible o no reducir la variabilidad.

En la Fabricación, tanto el Control preventivo, como Adaptativo y Control final 100 %, reducen la variabilidad entre unidades pero no las ambientales.

Como conclusión podemos decir que en una realidad cada día más compleja, con mercados cada vez más competitivos, generar nuevas y apropiadas estructuras que reduzcan la variabilidad en los procesos para producir productos o servicios de mayor calidad, robustez ante los cambios del entorno y a un menor costo, es una ventaja estratégica que le asegurará a la organización su permanencia en el mercado.

## **CAPITULO 3**

### *ANÁLISIS DE LA VARIANZA Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS*

## 1. ANÁLISIS DE LA VARIANZA

El Análisis de la Variancia (ANOVA) es una herramienta de decisión estadística formulada para determinar si un conjunto de medias poblacionales son significativamente distintas o no. Este contraste se realiza mediante un análisis de la variabilidad de las medias en estudio.

El caso más sencillo de ANOVA es para un solo factor, es decir, se estudia el efecto de un parámetro controlado sobre el desempeño de un producto o proceso. A dicho factor se lo mide en diferentes niveles (llamados también tratamientos) originando poblaciones (tantas como niveles distintos tenga el factor) que se debe determinar si son estadísticamente diferentes <sup>(34)</sup>.

El nombre de “tratamientos” para los niveles del factor se debe a que originariamente el ANOVA se utilizó en la investigación agrícola, se trataban campos con distintos fertilizantes o plaguicidas y se deseaba probar si había o no diferencias en la productividad. Luego el ANOVA se generalizó y hoy es una de las principales herramientas de investigación en las ciencias sociales, en la ingeniería, etc.

Una alternativa, que aparentemente es más lógica e intuitiva para resolver esta situación, es decir, determinar si las medias de diversas poblaciones son significativamente diferentes, consiste en comparar, en todas las posibles combinaciones de dos en dos, las medias de todos los subgrupos formados. Esto trae aparejado, fundamentalmente, dos tipos de problemas <sup>(29)</sup>:

- Se incrementa el riesgo de dar un resultado falso positivo, al realizar más de un análisis sobre un mismo conjunto de datos.
- Es difícil interpretar la verdadera influencia de la variable que actúa como factor de clasificación, porque genera diferentes niveles de significación ( $p$ ), resultantes de las comparaciones entre sus subgrupos.

A través del ANOVA, el inconveniente de tener un nivel de significación para el análisis de cada factor es subsanado, ya que, con un único nivel de significación se puede obtener la influencia en la variable respuesta de todas las variables independientes.

El Análisis de la Varianza permite analizar, también, en forma simultánea la influencia de dos o más factores de clasificación (variables independientes) sobre una variable respuesta continua. Esto se conoce como Análisis Factorial

de la Varianza. El efecto de un factor puede añadirse al de otro factor (modelo aditivo) o bien puede potenciarse (modelo multiplicativo). En este último caso, aparece y se analiza un nuevo factor de interacción sobre la variable respuesta, como resultado de la acción conjunta de dos o más factores. Este posible efecto es detectado en el análisis de la varianza por la significación de su estadístico de contraste correspondiente.

La misma técnica de partición de la variabilidad que se utiliza en el ANOVA será la que se usará en otras técnicas de análisis de datos como lo es el Diseño de Experimentos o el Análisis de Covarianza.

### 1.1. Contraste de ANOVA

El ANOVA simple estudia la posible relación que existe entre dos variables, una continua ( Y), llamada respuesta y otra categórica (F), llamada factor. Es decir, lo que se pretende con este análisis es determinar si un cambio en la variable F provoca un cambio en la variable respuesta <sup>(3)</sup>:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$$

$$H_1: \text{alguna es distinta}$$

donde  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  representan las medias correspondientes a las poblaciones originadas a partir de los diferentes niveles del factor F. Se observa que, si no se rechaza  $H_0$  en todos los casos la media de Y es la misma independientemente del nivel del factor, y por tanto las variables Y y F son independientes. La media conjunta de todos los datos se llama media global, y se nota  $\mu$ . En caso de no rechazarse  $H_0$ , se está aceptando no sólo la igualdad entre las  $\mu_i$ , sino también que todas las  $\mu_i$  son iguales a la media global  $\mu$ .

Para contrastar  $H_0$ , se utiliza la noción de variabilidad, que esencialmente coincide con la de dispersión. Para medir la variabilidad de los datos  $Y_{ij}$  (el primer subíndice, i, indica el nivel de factor al que pertenece el dato, y el segundo, j, el orden que ocupa el dato dentro de los recogidos en ese nivel) se utiliza la suma de cuadrados totales (SQT), y su descomposición en: Suma de Cuadrados Residual o intra-grupos (SQR), que mide la variabilidad dentro de cada nivel de factor, y la Suma de Cuadrados Explicada o entre-grupos (SQE), que evalúa las diferencias entre la media de cada factor y la media global. Más concretamente, se cumple:

$$\underbrace{\sum (y_{ij} - \mu)^2}_{\text{SQT}} = \underbrace{\sum (y_{ij} - \mu_i)^2}_{\text{SQR}} + \underbrace{\sum (\mu_i - \mu)^2}_{\text{SQE}}$$

Ecuación 1. Descomposición de la Suma de Cuadrados

Claramente, si  $H_0$  es verdadera, entonces SQE será pequeña frente a SQT. De hecho, se llama porcentaje de variabilidad explicada a  $(\text{SQE} / \text{SQT}) \times 100$ .

En general, se puede decir que  $H_0$  no será rechazada si el porcentaje anterior “no es demasiado alto”. Si es “suficientemente alto”, se puede considerar que el factor que se ha introducido está realmente “explicando” las diferencias que se observan entre los valores de la variable Y, mostrando que, hay cierta relación entre las variables Y y F, y por lo tanto  $H_0$  es falsa. Se observa también que si  $H_0$  se rechaza, ello no implica que todas las  $\mu_i$  sean distintas entre sí, sino simplemente que alguna (o algunas) de ellas es diferente a las demás.

Las diferencias que aparecen entre los datos, y que no son explicadas por el factor introducido, se consideran debidas al azar. Se llama error experimental a la parte de la variabilidad de los datos debida al azar y puede ser estimada a través de la Suma de Cuadrados Residual (SQR).

## 1.2. Modelo de ANOVA

En el modelo de ANOVA se supone que cada observación  $Y_{ij}$  puede expresarse como <sup>(3)</sup>:

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij}$$

Los efectos se calculan como:

$$\alpha_i = \mu_i - \mu$$

Además Los valores  $\epsilon_{ij}$  son las desviaciones de cada dato “ $y_{ij}$ ” respecto a la media  $\mu_i$  del nivel del factor al que pertenecen, se los llama residuos y son variables aleatorias. Los valores  $\alpha_i$  se llaman efectos de cada nivel ( $\alpha_i$  es el efecto del nivel i.) y se consideran una medida de la “tendencia” que tienen los datos a desviarse de la media global, según el nivel del factor al que pertenezcan.

En términos de los efectos, las hipótesis nula y alternativa que se contrastan en el ANOVA, pueden enunciarse de la siguiente manera:

$$H_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$$

$$H_1 = \text{algún } \alpha_i \neq 0$$

### 1.3. Hipótesis del modelo

El modelo de Análisis de Varianza supone los siguientes requisitos <sup>(28)</sup>:

- La variable respuesta “Y” sigue una distribución Normal para cada nivel de factor.
- Igualdad de varianza para cada nivel de factor (homocedasticidad).
- Independencia de las observaciones. No debe existir ningún factor externo que altere el proceso de recolección de datos, ni el proceso originar datos correlacionados.

Estas suposiciones deben verificarse mediante el análisis de los “residuos”. Un residuo es la diferencia entre la observación  $y_{ij}$  y su valor estimado (ajustado)  $\hat{y}_{ij}$  a partir del modelo estadístico bajo estudio, es decir  $e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$ .

Las condiciones anteriores implican que los residuos siguen una distribución Normal con media 0 y desvío estándar igual a la desviación observada en cada nivel de factor, son independientes unos de otros, es decir, son aleatorios e independientes.

En el caso que alguno de estos supuestos no se cumplan existen test no paramétricos para determinar si los niveles del factor F influyen sobre la variable respuesta Y.

### 1.4. El Estadístico de contraste y su Distribución de Probabilidades.

El ANOVA tradicional parte de descomponer la variación total de la muestra, en dos componentes <sup>(1)</sup>:

$$\text{VAR. TOTAL} = \text{VAR. ENTRE GRUPOS} + \text{VAR. INTRA GRUPOS}$$

Como se puede observar la Variación Total se puede escribir como la suma de dos variabilidades, una que mide la dispersión entre los grupos (cada grupo está definido a partir de los diferentes niveles del factor), y la otra que mide la

dispersión dentro de cada uno de ellos, es decir, entre las unidades experimentales que conforman cada uno de los grupos.

La anterior igualdad puede expresarse por:

$$\underbrace{\sum (y_{ij} - \mu)^2}_{\text{SQT}} = \underbrace{\sum (y_{ij} - \mu_i)^2}_{\text{SQR}} + \underbrace{\sum (\mu_i - \mu)^2}_{\text{SQE}}$$

Ecuación 2. Descomposición de la Variación Total

Correspondiendo cada término de la suma a las anteriores variaciones, siendo  $\mu$  la Media total y  $\mu_i$  la media de grupo o nivel  $i$ .

Los grados de libertad (número de observaciones – parámetros a estimar - 1) correspondientes a cada uno de los componentes de la variación total son <sup>(28)</sup>:

Variación ENTRE:  $r - 1$

Variación INTRA:  $n - r$

Variación TOTAL:  $n - 1$

Donde  $n$  es el número total de unidades experimentales y  $r$  es el número de niveles del factor.

Dado que, a través del Análisis de la Varianza se desea determinar si los distintos niveles de un factor influye en los valores de una variable respuesta continua, se espera que el comportamiento de la variable respuesta sea distintos para los niveles del factor, y a su vez que, dentro de cada grupo (determinado por los niveles del factor), los valores sean lo más homogéneos posibles.

En otras palabras, se tiene que verificar en forma simultánea dos condiciones: la Variación Intragrupos (Residual) mínima, y la Variación Entre-grupos máxima.

Se denomina Cuadrado Medio del Tratamiento a <sup>(28)</sup>:

$$CM_{\text{Tratamiento}} = \frac{SQ_{\text{Entre}}}{r-1}$$

Ecuación 3. Cuadrado Medio de Tratamientos

y Cuadrado Medio del Error a <sup>(28)</sup>:

$$CM_{\text{Error}} = \frac{SQ_{\text{intra}}}{n-r}$$

#### Ecuación 4. Cuadrado Medio del Error

Cuando  $H_0$  es verdadera tanto el Cuadrado Medio Tratamiento como el Cuadrado Medio del Error son estimaciones insesgadas de la Varianza Poblacional y por lo tanto el cociente entre ellas <sup>(28)</sup>:

$$\frac{\text{Cuadrado Medio Tratamiento}}{\text{Cuadrado Medio Error}} = \frac{CM_{\text{Tratamiento}}}{CM_{\text{Error}}}$$

#### Ecuación 5. Formación del estadístico F

sigue una distribución F de Snedecor con  $(r - 1)$  y  $(n - r)$  grados de libertad para el numerador y denominador respectivamente.

Si la Hipótesis nula  $H_0$  es verdadera se espera que el estadístico F se aproxime al valor 1 porque tanto el numerador como el denominador estiman la variancia verdadera  $\sigma^2$ . Por otro lado si  $H_0$  es falsa (existen diferencias reales entre las medias de las poblaciones determinadas por los niveles del factor) se debe esperar que F sea bastante más grande que 1, ya que el numerador estima el efecto del tratamiento, o las diferencias entre los grupos, además de la variabilidad inherente a los datos, mientras que el denominador mediría solo la variabilidad inherente.

Por tanto, un valor elevado de este cociente significará que mayores son las diferencias entre los distintos grupos (niveles del factor), cumpliéndose asimismo que la variación dentro de cada grupo es mínima, y por tanto la probabilidad de que los niveles del factor influyan en los valores de la variable respuesta será mayor.

Dado que dicho cociente se distribuye como una F de Snedecor con  $(r-1)$ ,  $(n-r)$  grados de libertad, el valor para el cual se puede asumir que sí existen efectos diferenciales entre los niveles dependerá del valor de tablas de la función F para un nivel de significación de al menos el 5%. Si el valor calculado es mayor que el valor de tablas significará que sí hay efectos diferenciales entre los grupos y por tanto se acepta la hipótesis de que existe dependencia entre las variables.

Por el contrario, si el valor calculado es inferior al valor de tablas de una  $F_{r-1, n-r}$ , entonces no se puede asegurar la influencia de los niveles del factor en la variable respuesta.

### 1.5. Diseño en bloques completamente aleatorizados

El modelo se dice que es de Bloques Aleatorizados completos cuando en cada bloque se presentan todos los posibles tratamientos y dentro de cada bloque se asignan los tratamientos de forma aleatoria.

Cuando se está frente a la situación de determinar si un factor influye sobre la variable respuesta, lo más probable es que aparezcan otras variables o factores que también merezcan ser incluidos en el análisis para investigar si influyen y por lo tanto si deben o no ser controladas <sup>(3)</sup>.

Algunas de estas variables son las que se denominan “bloque” y cuyas características son:

- Aparecen en el análisis aunque el objetivo del mismo no sea su estudio.
- No poseen interacción con el factor de interés.
- Puede ocurrir que no todos los niveles del factor (tratamientos) puedan ser asignados a los bloques y entonces se está en presencia de un diseño en Bloques Aleatorizados incompletos.

#### 1.5.1. Modelo

Suponemos que el número de unidades experimentales para cada bloque coincide con el número de tratamientos, esto es, hay una observación para cada cruce de los niveles del factor y del bloque. La variable respuesta  $Y$  puede depender de un primer factor de interés ( $F$ ) y de la variable bloque ( $B$ ). El modelo es <sup>(28)</sup>:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$$

para  $i = 1, \dots, a$  y  $j = 1, \dots, b$ ,

siendo:

- $\mu$  : media poblacional
- $\alpha_i$  : efecto incremental sobre la media causado por el nivel  $i$  del factor  $F$
- $\beta_j$  : efecto incremental sobre la media causado por el nivel  $j$  del bloque  $B$
- $e_{ij}$  : término de error.

Se supone además que:

$$\sum \alpha_i = \sum \beta_j = 0$$

El problema consiste en comparar las medias de los tratamientos, es decir:

$$H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu$$

$$H_1 \equiv \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \text{ y } j$$

En forma equivalente:

$$H_0 \equiv \alpha_i = 0 \quad \forall i$$

$$H_1 \equiv \alpha_j \neq 0 \text{ para algún } i$$

### 1.5.2. Hipótesis del Modelo

Se consideran las siguientes hipótesis sobre el modelo <sup>(28)</sup>:

- Normalidad: Los  $e_{ij}$  siguen una Distribución Normal. Esto es equivalente a que los  $y_{ij}$  sigue una Distribución Normal.
- Linealidad:  $E(e_{ij}) = 0$ . Esto es equivalente a que  $E(y_{ij}) = \mu + \alpha_i + \beta_j$ .
- Homocedasticidad:  $\text{Var}(e_{ij}) = \sigma^2$ . Esto es equivalente a que  $\text{Var}(y_{ij}) = \sigma^2$ .
- Independencia: Los  $e_{ij}$  son independientes entre sí. Esto es equivalente a que  $y_{ij}$  son independientes entre sí.

### 1.5.3. Descomposición de la Variación Total

El objetivo del Diseño de Bloques Aleatorizados es controlar algunas de las fuentes exógenas de variación, eliminando tal variación del  $CM_{\text{ERROR}}$ . Este diseño tiende a producir una mejor estimación de la variancia verdadera del Error y conduce a una prueba de hipótesis más poderosa en lo que respecta a la capacidad de detectar diferencias entre las medias de las poblaciones producidas por los distintos niveles del factor.

Al igual que para el caso de ANOVA con un factor, también se puede descomponer la Variación Total de la siguiente manera:

$$SQ_{\text{Total}} = SQ_{\text{Tratamiento}} + SQ_{\text{Bloque}} + SQ_{\text{Error}}$$

Ecuación 6. Descomposición de la Suma de Cuadrados

Donde

$$SQ_{Total} = \sum_{i,j} (y_{ij} - \mu)$$

Ecuación 7. Suma de Cuadrados Total

$$SQ_{Tratamiento} = \sum_i (y_{ij} - \mu_i)$$

Ecuación 8. Suma de Cuadrados de los Tratamientos

$$SQ_{Bloque} = \sum_j (y_{ij} - \mu_j)$$

Ecuación 9. Suma de cuadrados de los Bloques

$$SQ_{Error} = SQ_{Total} - SQ_{Tratamiento} - SQ_{Bloque}$$

Ecuación 10. Suma de Cuadrados del Error

Los grados de libertad del modelo son:

Grados de libertad Total =  $IJ - 1$

Grados de libertad para Tratamientos =  $I - 1$

Grados de libertad para Bloques =  $J - 1$

Grados de libertad para el Error =  $(I - 1) \cdot (J - 1)$

Luego, trabajando con las sumatorias se tiene que:

$$E \left( \frac{SQ_{Tratamiento}}{(I-1)} \right) = \sigma^2 \cdot J \cdot \left( \frac{\sum_{i=1}^I \alpha_i^2}{I-1} \right)$$

Ecuación 11. Valor Esperado del Cuadrado Medio de los Tratamientos

$$E \left( \frac{SQ_{Bloque}}{(J-1)} \right) = \sigma^2 \cdot I \cdot \left( \frac{\sum_{i=1}^J \beta_i^2}{J-1} \right)$$

Ecuación 12. Valor Esperado del Cuadrado Medio del Bloque

$$E \left( \frac{SQ_{Error}}{(I-1) \cdot (J-1)} \right) = \sigma^2$$

Ecuación 13. Valor Esperado del Cuadrado Medio del Error

Si consideramos el estadístico:

$$F_0 = \frac{CM_{Tratamiento}}{CM_{Error}} = \frac{\frac{SQ_{Tratamiento}}{I-1}}{\frac{SQ_{Error}}{(I-1) \cdot (J-1)}}$$

Ecuación 14. Formación del estadístico F

Bajo la hipótesis de  $H_0$  cierta este estadístico  $F_0$  sigue una distribución F de Snedecor con  $(I-1)$ ,  $(I-1) \cdot (J-1)$  grados de libertad. Al igual que para un Diseño Completamente Aleatorizado se rechaza la hipótesis si:

$$F_0 > F_{(I-1), (I-1) \cdot (J-1)}$$

El diseño de ANOVA en Bloque es la base sobre la que se sustenta el Diseño de Experimento.

## 2. DISEÑO DE EXPERIMENTOS

La experimentación es una herramienta fundamental en casi todos los campos de la investigación y el desarrollo, teniendo como objetivo obtener una información de calidad que permita desarrollar nuevos productos y procesos, comprender mejor un sistema (un proceso industrial, un procedimiento analítico, etc.) y tomar decisiones para optimizarlo. Debe ser planificada y diseñada cuidadosamente para que proporcione la información buscada <sup>(34)</sup>. Dicha planificación debe considerar dos aspectos importantes:

- Experimentar tiene, generalmente, un costo elevado. La capacidad de experimentar que tiene una organización está limitada por el costo en tiempo y en recursos (personal, productos de partida, etc.), por lo tanto, una planificación óptima de la experimentación deberá contemplar el menor número de experimentos que permita obtener la información deseada.
- El resultado observado de un experimento (y) tiene incertidumbre:

$$y = \eta + e$$

donde “ $\eta$ ” es el resultado “verdadero” y desconocido del experimento y “ $e$ ” es un componente aleatorio, que puede variar cada vez que se repite la experiencia. Es por ello que la Estadística, disciplina que proporciona las herramientas para trabajar en ambientes de incertidumbre, juega un papel fundamental en el diseño de los experimentos y en la evaluación de los resultados que de ellos se obtiene. Mediante el análisis de los datos experimentales se podrá obtener conclusiones sobre el producto o proceso en estudio, así como también obtener información valiosa para una toma de decisiones futura. Debido a esto la manera en que se planifique la experimentación, se la ejecute y se analicen los datos obtenidos es de vital importancia, ya que, de esta forma los costos de experimentación se reducirán y los errores experimentales serán mínimos. El Diseño de Experimentos es una herramienta estadística mediante la cual puede planificarse en forma ordenada la experimentación y analizarse los datos resultantes.

## 2.1. Experimentos

El término “experimento”, tiene dos acepciones, una general y otra particular. En general se refiere a "tomar una acción" y luego observar las consecuencias, es decir, se requiere la manipulación intencional de una acción para analizar sus posibles efectos. La definición particular que mejor podría asociarse a un sentido científico, se refiere a: "Un estudio de investigación en el que se manipulan deliberadamente una o más variables independientes (supuestos efectos), dentro de una situación de control por parte del investigador".

Un experimento tiene por objetivo principal determinar si una o más variables independientes (de control) influyen sobre el desempeño de un o más variables dependientes (respuesta). Las variables de control pueden ser modificadas de acuerdo al criterio del investigador, mientras que la variable respuesta sólo puede ser evaluada por este <sup>(29)</sup>.

## 2.2. Objetivos de la Experimentación

La experimentación sobre un producto o proceso tiene los siguientes objetivos:

- Hacer una primera observación sobre la forma en que se inicia un nuevo producto o proceso, obteniendo la información necesaria para centrar los factores en sus valores óptimos.

- Determinar los factores que influyen sobre la variable respuesta, determinar cómo afectan al proceso o producto y si existe o no interacción entre ellos.
- Determinar el nivel de los factores que optimizan a la variable respuesta.
- Estudia la robustez de los procesos o de los productos, es decir, cómo afectan los factores externos a la variable respuesta.

### 2.3. Variabilidad en los experimentos

Uno de los principales objetivos del Diseño de Experimentos es determinar los valores óptimos de los factores que permitan reducir o controlar la variabilidad de los productos o procesos. Los datos obtenidos de un experimento aleatorio están influidos por tres tipos de variabilidad:

- Variabilidad sistemática: es la variabilidad originada por diferencias en las condiciones de experimentación. Esta variación está impuesta por el experimentador en el diseño del experimento, produciendo que los datos obtenidos se agrupen en categorías (clusters) cuando su influencia es importante. Esta variabilidad debe ser tenida en cuenta en el modelo para poder estimar su influencia en la variable respuesta.
- Variabilidad propia del proceso o del producto: es la variabilidad producida por los llamados “factores de ruido”, estos factores no son controlables, son impredecibles y no pueden erradicarse en su totalidad. Provocan que, por ejemplo, observaciones repetidas de un mismo fenómeno tengan diferencias. Estas medidas, si bien no van a ser todas iguales responderán a una ley, de forma tal que se agruparán en torno a un valor central siguiendo algún modelo de probabilidad teórico. Esta variabilidad puede ser estimada si la experimentación está bien planificada. Siempre está presente y se espera que sus valores sean tolerables.
- Variabilidad sistemática y no planificada: Esta variabilidad produce una variación sistemática en los resultados y se debe a causas desconocidas y no planificadas, es decir, los resultados están siendo sesgados sistemáticamente por causas desconocidas. La presencia de esta variabilidad supone la principal causa de conclusiones erróneas y estudios incorrectos al ajustar el modelo estadístico. Existen dos estrategias básicas para tratar de evitar la presencia de este tipo de variabilidad: la aleatorización y la técnica de bloques.

## 2.4. Planificación de un experimento

La experimentación es una práctica usual en la mayoría de las investigaciones científicas e industriales, donde los resultados del proceso de interés se ven afectados por la presencia de distintos factores, cuya influencia puede estar oculta por la variabilidad de los resultados muestrales. Es fundamental conocer los factores que influyen realmente y estimar dicha influencia. Para conseguir esta información es necesario experimentar, es decir, variar las condiciones que afectan a las unidades experimentales y observar la variable respuesta. Con el análisis y estudio de la información obtenida se elaboran las conclusiones <sup>(44)</sup>.

Tradicionalmente la forma de experimentar consistía en variar de a un factor por vez, es decir, a partir de una determinada condición inicial se variaba los valores de un factor mientras los restantes se mantenían constantes. De este modo, la variación de la variable respuesta se podía atribuir a la variación del factor, y, por tanto, determinar el efecto del mismo, luego, el procedimiento se repetía para los otros factores. El razonamiento que se utilizaba para esta técnica era que si se variaban dos o más factores entre dos experimentos consecutivos, no sería posible conocer si el cambio en la respuesta ha sido debido al cambio de un factor, al de otro, o al de ambos a la vez <sup>(34)</sup>. Esta metodología presenta los siguientes inconvenientes:

- Para que sus resultados sean consistentes deben realizarse un gran número de pruebas.
- Las conclusiones a las que se llegan luego de estudiar cada factor son limitadas.
- No es posible estudiar la existencia de interacción entre los factores.
- No es posible llevarlas a la práctica, en muchos casos, por problemas de costo o de tiempo.

Esta estrategia experimental presenta inconvenientes importantes cuando existe interacción entre factores. Esta situación se presenta muy a menudo en ciencias como la química, física, biología, etc. Cuando existen tales interacciones, el método tradicional presenta las siguientes dificultades:

- No puede estimarse la forma en que interactúan los factores entre sí, y cómo esta interacción afecta a la variable respuesta. Por lo tanto la información que brinda sólo se refiere a los efectos principales de los factores.

- No proporciona información sobre cuál es el óptimo de la variable respuesta. El experimentador supone que llegó al óptimo si al cambiar los niveles de los factores no percibe una mejora en la variable respuesta. Esta técnica de “prueba y error” puede llevar a una decisión equivocada pues puede encontrarse lejos del valor buscado. Así mismo tiene el inconveniente de que se requerirán numerosos ensayos aumentando los costos y el tiempo de experimentación.

Los inconvenientes de esta forma de experimentar residen en que se cambia el nivel de un factor por vez, la solución está en variar los niveles de más de un factor en forma simultánea. De esa manera se puede obtener información no solo de los factores sino también de las interacciones entre ellos. La dificultad radica en diseñar una experimentación con una cantidad limitada de ensayos, complementarias entre sí y que, a través de la combinación de resultados pueda obtenerse la información buscada.

## 2.5. Diseño Estadístico de Experimentos

Se podría definir el Diseño Estadístico de Experimentos (DEE), también denominado “Diseño Experimental”, como una metodología basada en herramientas matemáticas y estadísticas cuyo objetivo es proveer al experimentador de:

- Un criterio para seleccionar los ensayos necesarios para obtener la información requerida con un costo mínimo y en el menor tiempo posible.
- Herramientas para evaluar los resultados experimentales obtenidos, garantizando la máxima confiabilidad en las conclusiones que se obtengan.

## 2.6. Aplicaciones del Diseño Estadístico de Experimentos

El Diseño de Experimentos puede aplicarse en numerosas situaciones. Básicamente se utiliza en todos aquellos procesos en los se desea determinar si una o más variable independiente, llamadas factores (X) tienen influencia sobre una o más variables dependientes (Y) llamadas respuesta. Los factores son variables controlables y su valor depende del criterio del experimentador. La variable respuesta puede sufrir la influencia, además, de otros factores no

controlables que se denominan factores de ruido y que provocan que se incremente la variabilidad.

El Diseño de Experimento es una herramienta muy útil cuando se estudian los efectos que producen en la variable respuesta muchos factores al mismo tiempo, ya que ordena la experimentación y permite un análisis de los datos experimentales más completo y menos oneroso.

## 2.7. Pasos a seguir en un Diseño de Experimentos

La aplicación del Diseño de Experimentos requiere considerar las siguientes etapas <sup>(34)</sup>:

- 1) Definir claramente el problema y plantear los objetivos de la experimentación.

El DEE es una herramienta para encontrar respuestas a problemas perfectamente identificados y especificados. Cuanto más claro sea el planteo del problema y se identifique el propósito o información que se desea conseguir a través de los experimentos, mayor será la ayuda que brinde esta herramienta. Para obtener una comprensión profunda del sistema y del problema es necesario recopilar toda la información disponible sobre el mismo que pueda ser relevante para la experimentación que se realizará.

Debe definirse la variable respuesta, es decir, la característica de calidad con la que se va a monitorear el proceso o producto y determinar el número de réplicas necesarias para obtener resultados potentes.

- 2) Identificar los factores que pueden influir en la variable respuesta, y sus posibles valores.

Es importante identificar todos los factores (las variables independientes) que se considere que pueden tener influencia en la respuesta, aunque esta sea de poca importancia. Se debe determinar si el factor especificado se mantendrá constante, se variará controladamente, si es incontrolable pero con rango de valores conocidos o si es incontrolable e imposible de evaluar.

En la variable respuesta puede verse aumentada su variabilidad debido a la influencia de los factores de ruido provocando que el análisis de los resultados sea más dificultoso.

Para cada factor se debe definir el intervalo de valores que puede asumir (dominio experimental). La combinación del dominio de todos los factores configura el dominio experimental posible (o dominio de los factores). Éste contiene los experimentos que, en principio, se podrían realizar.

Se distinguen dos tipos de factores:

- Factores tratamiento: son los factores de control, es decir aquellos cuyos valores (niveles) pueden ser manipulados por el investigador, y que se sospecha que pueden tener influencia sobre la variable respuesta. Los niveles de un factor tratamiento son los valores del mismo que se tendrán en cuenta en la realización del experimento. Pueden clasificarse en cualitativos o cuantitativos. Debe tenerse en cuenta que para el tratamiento matemático de los modelos de diseño de experimento los factores cuantitativos son tratados como cualitativos y sus niveles son elegidos según la experiencia del investigador o bien pueden ser codificados. Por lo general, un factor no suele tener más de cuatro niveles.
- Factores “nuisance”: son aquellos factores que no forman, a priori, parte de la experimentación pero que en ocasiones deben ser incorporados, ya que su influencia provoca un aumento de la variabilidad en la variable respuesta. Estos factores pueden agruparse de la siguiente manera:

Factor bloque. Estos factores pueden dividirse en diversos niveles con el objetivo de poder evaluar el efecto que producen sobre la respuesta. Para cada nivel del factor (fijo) se asignan unidades experimentales, se cambia de nivel y se realiza el mismo procedimiento. Estos factores son los denominados bloques, que en algunas ocasiones hasta pueden no ser variables medibles.

El análisis de los datos que se realiza para determinar el efecto del factor bloque es similar al que se realiza con los factores tratamiento, incluso se puede evaluar la interacción entre ellos. El efecto de los factores tratamiento es de interés en la experimentación, no así el efecto de los factores bloque. Su evaluación sólo se realiza para poder disminuir la variabilidad del residual del modelo.

Covariable. Estos factores, si son cuantitativos, pueden ser evaluados antes de llevarse a cabo la experimentación y su efecto tiene importancia en el análisis de los datos.

Ruido. Son factores que provocan aumento en la variabilidad de la respuesta. En algunas situaciones se incorporan a la experimentación cuando su efecto es de interés para el experimentador. Se define entonces como factores ruido a aquellos factores sobre los que no se posee un control directo y que causan variaciones en producto o en el proceso de producción y en la performance del mismo.

### 3) Establecer una estrategia de experimentación

El diseño experimental escogido suele estar descrito mediante generalizaciones. Estas se particularizan para los factores en estudio, se comprueba si los experimentos son posibles de realizar y, de ser así, se realiza la experimentación correspondiente.

Toda experimentación debe cumplir ciertos requisitos a fin de obtener resultados confiables <sup>(44)</sup>:

Aleatorizar: El objetivo es que todos aquellos factores que no se pueden controlar en la experimentación y que pueden influir en la respuesta sean distribuidos al azar en el diseño. El orden de los ensayos debe incluir alguna forma de azar, así como también la asignación de las unidades experimentales a los distintos experimentos. Las ventajas de la aleatorización son:

- Cuando los ensayos se realizan en forma aleatoria se evita el sesgo en los datos, y transforma la variabilidad sistemática en ruido.
- Como la muestra se realiza al azar, las observaciones son independientes.
- Es fundamental para la validación de las técnicas estadística.

Bloquear: cuando existen factores que pueden influir en la respuesta, en muchas ocasiones puede utilizarse como bloques, es decir pueden utilizarse de manera tal que las unidades experimentales asignadas a cada bloque reciben un tratamiento lo más parecido posible. La ventaja de bloquear es:

- Incorpora la variabilidad sistemática producto del factor bloque en el diseño permitiendo evaluarla.

### 4) Interpretación los resultados

Cuando la experimentación ya se llevó a cabo se deben analizar los resultados obtenidos a fin de determinar los efectos de los factores y de las interacciones.

Mediante test estadísticos se puede determinar si los efectos de los factores o las interacciones son significativos, es decir, determinar si un cambio en los niveles de los factores produce una modificación en la variable respuesta.

Esta etapa final de la experimentación puede considerarse que, en realidad, es la etapa inicial de una nueva experimentación.

Los resultados de un experimento sirven para comprender mejor el problema y así redefinir o concretar más los objetivos, se pueden descartar factores que se ha visto que no tenían influencia sobre la variable respuesta, o modificar su dominio experimental, con ello se planea una nueva experimentación.

### 3. Diseño de Experimentos $2^k$

Para optimizar procesos de fabricación, condiciones de reacción, métodos de análisis, etc. es necesario conocer qué variables influyen significativamente en dichos procesos y cómo lo afectan. Generalmente esta información no está disponible y se genera a través de la experimentación.

El Diseño Estadístico de Experimentos contempla una amplia variedad de estrategias experimentales que producen resultados relevantes a fin de obtener la información deseada.

Una de esas estrategias de experimentación es el Diseño Factorial <sup>(44)</sup>.

#### 3.1. Diseño Factorial completo $2^k$

El Diseño factorial es una de las herramientas más utilizadas en aquellos experimentos donde el objetivo es determinar si una variable respuesta está influida por el efecto de dos o más factores y sus interacciones. Existen muchos tipos de diseño factorial que son aplicados en la investigación y que adquieren relevancia en el campo práctico <sup>(12)</sup>.

El más importante de estos casos especiales ocurre cuando se tienen  $k$  factores, cada uno con dos niveles. Estos factores pueden ser tanto cuantitativos como cualitativos, considerando para ellos dos niveles, uno "superior" y otro "inferior", de un factor.

Un diseño completo de este tipo de experimentación necesita que se determinen  $2^k$  combinaciones de los distintos niveles de los factores y lleva el nombre de Diseño Factorial  $2^k$ . Mediante este diseño es posible evaluar, al mismo tiempo, el

efecto de  $k$  factores así como también el de sus interacciones. Estos experimentos se proyectan de forma tal que se varía en forma simultánea los niveles de varios factores. Al no haber factores correlacionados se evitan experimentos redundantes reduciéndose el costo de experimentación. Además, los experimentos se complementan de tal modo que la información buscada se obtiene combinando las respuestas de todos ellos.

Si los  $k$  factores tienen tres niveles en lugar de dos, se está en presencia de un Diseño Factorial  $3^k$ .

### 3.2. Ventajas y desventajas de los Diseños Factoriales

La aplicación del Diseño experimental presenta las siguientes ventajas:

- Eficiencia. La aplicación del Diseño experimental producen ahorro y economía del recurso experimental así como también mejoras en la inferencia de los resultados.
- Todos los datos son usados para obtener la información deseada.
- Puede medirse el efecto de interacción entre los factores.

La aplicación del Diseño Factorial presenta las siguientes desventajas <sup>(12)</sup>:

- Debido a que es necesario la replicación de los experimentos a fin de obtener la estimación del error se incrementa el número de unidades experimentales necesarias para llevar a cabo una realización completa de un diseño factorial.
- Al aumentarse el número de niveles de algunos factores o bien el número de factores ser muy numerosos, puede hacerse difícil la detección de efectos significativos en el experimento, dado que la variabilidad puede verse incrementada.

### 3.3. Supuestos teóricos del Diseño Factorial $2^k$

Existen supuestos teóricos que se deben verificar a fin de realizar un Diseño Factorial <sup>(12)</sup>:

- La variable respuesta debe seguir aproximadamente a una distribución normal.

- Los factores son fijos. Todos los factores que intervienen en el análisis se consideran fijos y los efectos de los tratamientos se definen como desviaciones de la media general.
- Los diseños son completamente aleatorios. Los experimentos se deben realizar en un orden aleatorio para evitar que el efecto de un factor esté “confundido” con el de otro factor no intencionado y se introduzcan sesgo en los valores de los efectos.

### 3.4. Matriz de Experimentos

Un Diseño de Experimentos trata de realizar en forma organizada un plan de experimentación, es decir, de entre todos los ensayos que constituyen el dominio experimental (conjunto de todos los posibles resultados en la combinación de valores que pueden asumir los factores) cuáles son los que se llevarán a cabo para obtener la información requerida.

La experimentación más económica es aquella en la que los factores asumen únicamente dos posibles valores (niveles), y la que proporcionará la información con menor incertidumbre es aquella en la que dichos valores son los extremos del dominio experimental, notándose con  $-1$  el nivel inferior y  $+1$  el nivel superior del factor <sup>(12)</sup>.

Existen en realidad tres notaciones distintas que se usan comúnmente para los ensayos o ejecuciones en el diseño  $2^k$ :

1. La primera es la notación "+,-", llamada "geométrica".
2. La segunda consiste en el uso de letras “minúsculas para identificar las combinaciones de tratamientos.
3. En la tercera se utilizan los dígitos 1 y 0 ó 1 y -1 para denotar los niveles alto y bajo del factor, respectivamente.

La manera en que se desarrollan los ensayos se ve reflejada en la siguiente matriz de experimentos que para el caso más sencillo de Diseño de Experimentos, es el caso del experimento factorial  $2^2$ , tiene la siguiente expresión:

Tabla 1. Matriz de experimentos 2<sup>2</sup>

Ensayo	Factor A	Factor B	Tratamiento
1	-	-	1
2	+	-	a
3	-	+	b
4	+	+	ab

Este diseño se denomina Factorial Completo, ya que todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores pueden ser evaluadas.

Es decir, en el primer ensayo se considera los factores A y B a sus niveles más bajos, el ensayo dos tiene al factor A con el nivel más bajo y el factor B a su nivel más alto, el ensayo tres al factor A en un nivel bajo y el factor B a nivel alto, y por último el ensayo cuatro presenta a ambos factores a nivel alto.

Los tratamientos reciben el nombre de:

1: ambos factores en el nivel más bajo

a: el factor A en el nivel más alto y el factor B en el nivel más bajo

b: el factor A en el nivel más bajos y B en el más alto

ab: ambos factores en el nivel más alto

Cuando en una matriz de experimentos cada uno de los niveles de los factores aparecen el mismo número de veces, se dice que la matriz es Ortogonal.

### 3.5. El modelo de un Experimento Factorial

Suponiendo que se tiene un experimento factorial con dos Factores A y B, con a niveles para el factor A y b niveles para el factor B, entonces el modelo del Diseño Factorial es el siguiente <sup>(12)</sup>:

$$Y_{ij} = \mu + (\alpha)_i + (\beta)_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + e_{ijk}$$

Ecuación 15. Descomposición de los  $y_{ij}$

Donde:

- $\mu$  es la media de la población.
- $(\alpha)_i$  es el efecto del i-ésimo nivel del factor A.
- $(\beta)_j$  es el efecto del j-ésimo nivel del factor B.

- $(\alpha \beta)_{ij}$  es la interacción o efecto conjunto del i-ésimo nivel del factor A con el j-ésimo nivel del factor B.
- $\rho_k$  es el efecto de la k-ésima repetición.
- $e_{ijk}$  son variables aleatorias distribuidas Normalmente con media 0 (cero) y desviación estándar  $\sigma^2$ .

Se supone que si se verifican la hipótesis nula:

$$H_0 : \sum (\alpha)_i = \sum (\beta)_j = \sum (\alpha \beta)_{ij} = \sum \rho_k = 0$$

Entonces las estimaciones de los parámetros son únicas.

### 3.6. Efectos

En un Diseño de Experimentos se pueden observar dos tipos de efectos <sup>(44)</sup>:

- Efecto principal: es el cambio promedio en la variable respuesta cuando el factor se cambia a los distintos niveles.
- Efecto de interacción: es el cambio en la respuesta entre los niveles de un factor para los distintos niveles de algunos factores, promediado sobre los niveles de los factores restantes.

$$\begin{aligned} \text{Efecto de la Interacción: } AB &= (1/2 [(a_1 b_1 - a_0 b_1) - (a_1 b_0 - a_0 b_0)]) \\ &= (1/2) [(ab - b) - (a - 1)] \end{aligned}$$

Consideremos, por ejemplo, que se tiene tres factores A, B, y C a dos niveles cada uno. Sea la matriz de orden  $L (2^k - 1) \times 2^k$ , en este caso,  $L (7 \times 8)$ :

Tabla 2. Matriz de experimentos  $2^3$

	(1)	a	b	ab	c	ac	bc	abc
A	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
AB	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
C	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
AC	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
BC	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
ABC	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1

Esta matriz de signos es un arreglo ortogonal. Si F es la matriz:

Tabla 3. Matriz de contrastes

$$F = \begin{pmatrix} (1) \\ a \\ b \\ ab \\ c \\ ac \\ bc \\ abc \end{pmatrix}$$

Luego, los efectos o contrastes está dado por el vector  $T=LF$ . Es decir:

$$\begin{aligned} A &= -1 + a - b + ab - c + ac - bc + abc \\ B &= -1 - a + b + ab - c - ac + bc + abc \\ AB &= 1 - a - b + ab + c - ac - bc + abc \\ C &= -1 - a - b - ab + c + ac + bc + abc \\ AC &= 1 - a + b - ab - c + ac - bc + abc \\ BC &= 1 + a - b - ab - c - ac + bc + abc \\ ABC &= -1 + a + b - ab + c - ac - bc + abc \end{aligned}$$

### 3.6.1. Análisis de los efectos

Si se tiene dos factores A y B con niveles a y b respectivamente, con a-b condiciones experimentales (tratamientos) correspondientes a todas las combinaciones posibles de niveles de los dos factores. Para obtener información del error experimental es necesario repetir el conjunto completo de condiciones experimentales r veces (réplicas), siempre con un orden aleatorio de aplicación de las condiciones en cada repetición. Si  $y_{ijk}$  es la observación de la k-ésima repetición tomada en el i-ésimo nivel del factor A y el j-ésimo nivel del factor B, entonces:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = r \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...})^2 +$$

$$+ ab \sum_{k=1}^r (\bar{Y}_{...k} - \bar{Y}_{...})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...k} + \bar{Y}_{...})^2$$

Ecuación 16. Descomposición de la Suma de Cuadrados Total

El análisis de un experimento factorial se basa en la partición de la Suma Total de Cuadrados en componentes atribuibles a tratamientos, repeticiones y al error. La suma del lado izquierdo de la igualdad tiene  $abr-1$  grados de libertad. Los términos del lado derecho son: la Suma de Cuadrados de Tratamiento que tiene  $(ab - 1)$  grados de libertad, la Suma de Cuadrados de la Repetición que tiene  $(r - 1)$  grados de libertad y la Suma de Cuadrados del Error que tiene  $(ab - 1)(r - 1)$  grados de libertad.

A su vez la suma de Cuadrados de Tratamientos puede subdividirse más aún en componentes correspondientes a los diversos efectos factoriales. En este caso en que tenemos dos factores se tiene la siguiente descomposición <sup>(1)</sup>:

$$r \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{...})^2 = rb \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + ra \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...})^2 +$$

$$+ r \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...})^2$$

Ecuación 17. División de la Suma de Cuadrados de los Tratamientos

El primer término del lado derecho mide la variabilidad de las medias correspondientes a los diferentes niveles del factor A y lo consideramos como la Suma de Cuadrados de A (SC(A)). De la misma manera el segundo término es la Suma de Cuadrados de B (SC(B)), y la tercera es de la Suma de Cuadrados de la interacción AB (SC(AB)). Los  $(ab - 1)$  grados de libertad para tratamientos son divididos en  $(a - 1)$  grados de libertad para el efecto del factor A,  $(b - 1)$  para el efecto del factor B y  $(a-1)(b-1)$  grados de libertad para el efecto de la interacción.

Si consideramos como término de corrección a:

$$C = \frac{T^2}{abr}$$

$$SCT = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r y_{ijk}^2 - C$$

Ecuación 18. Suma de Cuadrados Total

$$SCTR = \frac{\sum_{i=1}^{ab} T_i^2}{r} - C$$

Ecuación 19. Suma de Cuadrados de los Tratamientos

$$SCR = \frac{\sum_{j=1}^b T_j^2}{ab} - C$$

Ecuación 20. Suma de Cuadrados de la Repetición

$$SCE = SCT - SCTR - SCR$$

Ecuación 21. Suma de Cuadrado del Error

$$SC(A) = \frac{\sum_{i=1}^a T_i^2}{br} - C$$

Ecuación 22. Suma de Cuadrado del factor A

$$SC(B) = \frac{\sum_{j=1}^b T_j^2}{ar} - C$$

Ecuación 23. Suma de Cuadrado del factor B

$$SC(AB) = SCR - SC(A) - SC(B)$$

Ecuación 24. Suma de Cuadrado de la interacción

Si a las Sumas de Cuadrados se las divide por sus grados de libertad, se obtienen los Cuadrados Medios:

$$CMR = \frac{SCR}{r-1}$$

Ecuación 25. Cuadrado Medio de la repetición

$$CM(A) = \frac{SC(A)}{a-1}$$

Ecuación 26. Cuadrado Medio del factor A

$$CM(B) = \frac{SC(B)}{b-1}$$

Ecuación 27. Cuadrado Medio del factor B

$$CM(AB) = \frac{SC(AB)}{(a-1)(b-1)}$$

Ecuación 28. Cuadrado Medio de la Interacción

$$CM(\text{Error}) = \frac{SCE}{(ab-1)(r-1)}$$

Ecuación 29. Cuadrado Medio del Error

El cociente entre el Cuadrado Medio de la Repetición y del Cuadrado Medio del Error sigue una distribución F con  $(r-1)$  y  $(ab - 1)(r - 1)$  grados de libertad para el numerador y denominador respectivamente, mientras que el cociente entre el Cuadrado Medio de los Efectos y el Cuadrado Medio del Error, también siguen una distribución F pero los grados de libertad son: (número de niveles del factor-1),  $(ab - 1)(r - 1)$ . El cuadrado medio de la interacción sigue una distribución F con  $(a - 1)(b - 1)$ ,  $(ab - 1)(r - 1)$  grados de libertad.

Los resultados de este análisis se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 4. Resumen de ANOVA

Fuente de variación	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	F
Repetición	SCR	$r - 1$	$CMR = \frac{SCR}{r-1}$	$\frac{CMR}{MCE}$
Efecto principal A	SC(A)	$a - 1$	$CM(A) = \frac{SC(A)}{a-1}$	$\frac{CM(A)}{CME}$
Efecto principal B	SC(B)	$b - 1$	$CM(B) = \frac{SC(B)}{b-1}$	$\frac{CM(B)}{CME}$
Interacción AB	SC(AB)	$(a - 1)(b-1)$	$CM(AB) = \frac{SC(AB)}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{CM(AB)}{CME}$
Error	SCE	$(ab - 1)(r - 1)$	$CM(E) = \frac{SCE}{(ab-1)(r-1)}$	
Total	SCT	$abr - 1$		

Si la hipótesis nula es verdadera, el valor del estadístico F será cercano a 1, mientras que si  $H_0$  es falsa entonces este cociente será mayor que 1 y por lo tanto la región de rechazo es a la derecha de la distribución.

### 3.7. Diseño Factorial Fraccionario

El número de factores en un diseño factorial  $2^k$  ó  $3^k$  incrementa el número de tratamientos requeridos para evaluar todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores, lo cual incrementa el costo de investigación de las empresas. Una réplica completa de un diseño, por ejemplo,  $2^6$  requiere de 64 experiencias para analizar todas las combinaciones posibles de los tratamientos; En este diseño hay sólo 6 grados de libertad que se utilizan para determinar el efecto principales, es decir de los factores. De los restantes 15 grados de libertad se utilizan para medir la interacción de dos factores. Los grados de libertad restantes se utilizan para determinar el efecto de las interacciones de más de dos factores. En un Diseño factorial  $3^k$  esta situación se ve con más claridad. En un diseño  $3^6$  se necesitan 729 ensayos para determinar el efecto de todos los factores e interacciones, de ellos solamente 12 grados de libertad se utilizan para estimar los efectos principales, y el resto para estimar interacciones. Los diseños factoriales fraccionados son ampliamente usados en la investigación industrial, especialmente en los experimentos de investigación realizados en las

etapas iniciales de un proyecto, y en los que la mayoría de los factores inicialmente considerados frecuentemente tienen poco o ningún efecto en la respuesta de la variable analizada <sup>(28)</sup>. Los factores que son identificados como importantes son entonces investigados más profundamente en experimentos subsiguientes.

### 3.7.1. Diseño Factorial Fraccionado $2^{k-p}$

Si se tiene un Diseño Factorial  $2^k$  y de él se consideran sólo  $2^{k-p}$  ensayos se está en presencia de un Diseño Factorial Fraccionario  $2^{k-p}$ . Pudiéndose resolver eligiendo  $p$  generadores independientes.

Consideremos, por ejemplo, un diseño  $2^3$ , en el cuál tenemos 8 combinaciones: 1, a, b, ab, c, ac, bc, abc. La matriz L es:

Tabla 5. Matriz de experimentos  $2^3$

	(1)	a	b	ab	c	ac	bc	abc
A	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
AB	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
C	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
AC	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
BC	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
ABC	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1

Primero se debe seleccionar el efecto que se va a sacrificar, por ejemplo, la interacción ABC, que se denomina “contraste de definición”. Se pueden realizar entonces cualquiera de los experimentos, de 4 combinaciones:

$$\{ a, b, c, abc \} \text{ o } \{ 1, ab, ac, bc \}$$

El primer experimento comprende a las combinaciones con signo (+) en el renglón de la interacción ABC, en tanto que el segundo comprende a las combinaciones de signo (-).

Si se realiza el experimento, o sea { a, b, c, abc} :

$$A = a + abc - b - c$$

$$B = b + abc - a - c$$

$$AB = c + abc - a - b$$

$$C = c + abc - a - b$$

$$AC = b + abc - a - c$$

$$BC = a + abc - b - c$$

Como se puede observar A y BC son el mismo contraste, lo que significa que están “confundidos”. Estos contrastes A y BC se denominan “alias”. En este caso el efecto de los factores principales no puede diferenciarse del efecto de las interacciones y por lo tanto se pierde información. Cuando se eligen las generadoras se debe tener en cuenta que el efecto de los factores de interés no se confunda con el de un alias. Para resolver este inconveniente puede suponerse que las interacciones de más de dos factores son despreciables.

## **CAPITULO 4**

### *DISEÑO DE EXPERIMENTOS. MÉTODO DE TAGUCHI*

## 1. FUNCIÓN PÉRDIDA

En el capítulo 2 se trató de forma general el concepto de Función Pérdida. En este capítulo se desarrollará con mayor profundidad.

Taguchi considera que la Calidad es la pérdida ocasionada a la Sociedad por un producto, es decir, cualquier variación que se produzca en la característica de calidad alrededor de un valor nominal elegido causará una pérdida en el consumidor.

La Función Pérdida que define el doctor Taguchi es una aproximación de una expansión de la serie de Taylor alrededor de un valor meta "m", obteniéndose la siguiente expresión <sup>(22)</sup>:

$$L(y) = L(m) + L'(m)(y-m) + \frac{L''(m)(y-m)^2}{2!} + \dots$$

Ecuación 1. Desarrollo de Taylor de la Función Pérdida

Como la pérdida en el valor nominal m es cero, entonces  $L(m) = 0$  y  $L'(m) = 0$ , puede expresarse a la Función Pérdida, en forma general, de la siguiente manera <sup>(22)</sup>:

$$L(y) = K(y-m)^2$$

Ecuación 2. Función Pérdida

Donde:

$L(y)$  = pérdida en dinero por unidad del producto cuando las características de calidad toma un valor "y".

y = valor de la característica de calidad, esto es, longitud, anchura, etc.,

m = valor nominal de "y"

k = constante de proporcionalidad.

Puede observarse que a medida que el valor de la característica de calidad se aleja del valor nominal aumenta la pérdida ocasionada por el producto.

Si se realiza un análisis más profundo acerca de la Función Pérdida se puede observar que, para su cálculo, se deberían distinguir tres casos de acuerdo a las características de la variable que se analiza:

- Nominal es el mejor.

- Menor es el mejor.
- Mayor es el mejor.

### 1.1. Nominal es el mejor

En este caso la Función pérdida está dada por:

$$L(y) = K(y-m)^2$$

La característica de calidad que está bajo estudio es una variable aleatoria “y” cuya distribución se puede aproximar a una cierta Distribución de Probabilidad con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ . La Pérdida Promedio por unidad <sup>(24)</sup> es igual a

$$k [\sigma^2 + (\mu - m)^2] = k \sigma^2 + k (\mu - m)^2$$

Ecuación 3. Pérdida Promedio por unidad para el caso Nominal es el Mejor

Demostración

$$\begin{aligned} \overline{L(y)} &= \sum_{i=1}^n \frac{L(y_i)}{n} = k \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - m)^2}{n} = k \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu + \mu - m)^2}{n} = \\ &= k \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu)^2}{n} + k \sum_{i=1}^n \frac{(\mu - m)^2}{n} = k [\sigma^2 + (\mu - m)^2] \end{aligned}$$

En el caso de que no se conozcan los valores de los parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ , estos parámetros pueden estimarse por  $\bar{X}$  y  $S^2$ , obteniéndose la siguiente estimación para la pérdida media:

$$k [S^2 + (\bar{X} - m)^2]$$

Ecuación 4. Pérdida Promedio por unidad estimada

donde el valor de K está dado por:

$$k = L(y) / (y - m)^2$$

Ecuación 5. Estimación del K

En muchas ocasiones puede suceder que una característica de calidad no tenga especificaciones simétricas alrededor del valor nominal, es decir, los límites de especificación son:

$$(m - e_1, m + e_2) \text{ con } e_1 \neq e_2$$

En este caso la función pérdida  $L(y)$  es:

$$- \quad L(y) = k_1 (y - m)^2 \quad \text{para todo } y \leq m$$

$$\text{Siendo } k_1 = L(m - e_1) / (m - e_1 - m)^2 = L(m - e_1) / (e_1)^2$$

$$- \quad L(y) = k_2 (y - m)^2 \quad \text{para todo } y > m$$

$$\text{Siendo } k_2 = L(m + e_2) / (m + e_2 - m)^2 = L(m + e_2) / (e_2)^2$$

Ecuación 6. Función Pérdida para el caso Nominal es el Mejor con límites de especificación no simétricos

En este caso, si se consideran  $n$  unidades, la pérdida promedio por unidad se calcula de la siguiente manera <sup>(24)</sup>:

$$\frac{1}{n} \left[ k_1 \sum_1^s (y_i - m)^2 f_i + k_2 \sum_1^t (y_i - m)^2 f_i \right]$$

Ecuación 7. Pérdida Promedio por unidad con límites de especificación no simétricos

## 1.2. Menor es el mejor

Cuando se requiere que la característica de calidad alcance valores bajos, es decir, cuanto más pequeño sea el valor que tome la variable mejor calidad se obtiene, el valor objetivo resulta ser  $m = 0$ . De esta forma la función pérdida adquiere la siguiente expresión <sup>(22)</sup>:

$$L(y) = k (y)^2$$

Ecuación 8. Función Pérdida para el caso Menor es el Mejor

Con  $k = L(m + e) / (m + e - m)^2 = L(e) / (e)^2$  y donde "e" es la especificación

Ecuación 9. Fórmula para obtener K

Luego, la Pérdida Promedio por unidad <sup>(24)</sup> cuando se conoce la Distribución de Probabilidad de la característica de calidad, es igual a:

$$k [\sigma^2 + (\mu - m)^2] = k \sigma^2 + k (\mu)^2$$

Ecuación 10. Pérdida Promedio por unidad para Menor es el Mejor

Para el caso en que solo se dispone de los datos de una muestra se pueden estimar  $\mu$  y  $\sigma^2$  por medio de  $\bar{X}$  y  $S^2$  respectivamente y la Pérdida Promedio por unidad es:

$$k [S^2 + (\bar{X})^2]$$

Ecuación 11. Pérdida Promedio por unidad estimada

### 1.3. Mayor es el Mejor

Cuando el valor objetivo es tal que, cuanto más grande sea, mejor es la calidad del producto, la función pérdida se obtiene a partir de la función pérdida correspondiente a Menor es el Mejor <sup>(22)</sup>.

Si cuanto más grande es el valor que alcanza la característica de calidad mejor calidad se obtiene, entonces:

$$y \geq e$$

donde "e" es la especificación.

Haciendo un cambio de variable  $z = 1/y$  resulta que:

$$z = 1/y \leq 1/e$$

Aplicando la función pérdida para "el Menor es el Mejor", donde el valor nominal  $m=0$ , se tiene que:

$$L(z) = k (m - 1/y)^2 = k (1/y)^2$$

Ecuación 12. Función Pérdida para el caso mayor es el mejor

Siendo

$$k = L [(1/e)] / [(1/e)]^2 = L[1/e] \times (e)^2$$

Ecuación 13. Valor del K

La Pérdida Promedio por unidad cuando se conocen los parámetros de la Distribución de Probabilidad de la característica de calidad es igual a:

$$(k / \mu^2) * [1 + (3 \sigma^2) / (\mu)^2]$$

Ecuación 14. Pérdida Promedio por unidad para el caso mayor es el Mejor

Para el caso en que solo se disponga de los datos de una muestra podemos estimar  $\mu$  y  $\sigma^2$  por medio de  $\bar{X}$  y  $S^2$  respectivamente y la Pérdida Promedio por unidad es:

$$[k / (\bar{X})^2] * [1 + (3 S^2) / (\bar{X})^2]$$

Ecuación 15. Pérdida Promedio por unidad estimada

#### 1.4. Reducción de la Pérdida Promedio

Para todos los casos, Nominal es el Mejor, Mayor es el Mejor y Menor es el Mejor, observando las fórmulas (ecuaciones 3, 10 y 15) se puede concluir que la Pérdida Promedio se reduce si se disminuye la variabilidad de la característica de calidad, así como también si el valor medio de la misma se acerca al valor nominal (en el caso Nominal es el mejor), si se acerca a cero (en el caso Menor es el mejor) o si aumenta (en el caso Mayor es el mejor).

Taguchi basa su estrategia para la obtención de estos objetivos en la implementación del Diseño de Experimentos. De aquí se desprende, además, el énfasis que pone en la reducción de la variabilidad y la implementación de la Señal – Ruido.

## 2. DISEÑO DE EXPERIMENTOS

### 2.1. Arreglos Ortogonales

Un Arreglo Ortogonal (A.O) es una herramienta ingenieril que simplifica y en algunos casos elimina gran parte de los esfuerzos de los Diseño Estadístico. Permite examinar simultáneamente muchos factores realizando pocos ensayos lo que implica una disminución en los costos de experimentación por parte la Organización. Para realizar el Diseño de Experimentos el Dr. Taguchi utiliza las matrices de Hadamard (matrices ortogonales de  $n \times n$ , es decir, matrices donde, si el valor 2 es reemplazado por un -1, el producto escalar entre los vectores de cualesquiera de dos columnas da cero) que permiten examinar hasta un total de  $n - 1$  factores, siempre y cuando no se tengan en cuenta las interacciones entre los mismos.

Un ejemplo de Arreglo Ortogonal para factores a dos niveles es el siguiente:

Tabla 6. Arreglo Ortogonal L4

	Factor	Factor	Factor o Interacción	Datos
Ensayo 1	1	1	1	
Ensayo 2	1	2	2	
Ensayo 3	2	1	2	
Ensayo 4	2	2	1	

Si consideramos dos factores, A y B, con nivel 1: bajo y nivel 2: alto, el Arreglo Ortogonal determina la manera ordenada de realizar los ensayos:

- Ensayo 1: A<sub>Bajo</sub>, B<sub>Bajo</sub>
- Ensayo 2: A<sub>Bajo</sub>, B<sub>Alto</sub>
- Ensayo 3: A<sub>Alto</sub>, B<sub>Bajo</sub>
- Ensayo 4: A<sub>Alto</sub>, B<sub>Alto</sub>

En el caso de tener tres factores: A, B y C:

- Ensayo 1: A<sub>Bajo</sub>, B<sub>Bajo</sub>, C<sub>Bajo</sub>
- Ensayo 2: A<sub>Bajo</sub>, B<sub>Alto</sub>, C<sub>Alto</sub>
- Ensayo 3: A<sub>Alto</sub>, B<sub>Bajo</sub>, C<sub>Alto</sub>
- Ensayo 4: A<sub>Alto</sub>, B<sub>Alto</sub>, C<sub>Bajo</sub>

Con estas cuatro experiencias se evaluarán los efectos principales de los factores, no pudiéndose evaluar las interacciones correspondientes.

El análisis del Arreglo Ortogonal de Taguchi es usado para determinar el mejor nivel de los parámetros de manera tal que el resultado del procesos sea óptimo, permitiendo obtener productos más robustos con el mínimo número de ensayos<sup>(46)</sup>.

Mediante este análisis podemos alcanzar los siguientes objetivos: Estimar la contribución de los factores individuales que influyen en la calidad del producto final que recibirá el cliente tanto interno como externo.

- Obtener la mejor condición para un proceso o un producto, de manera tal que la característica de calidad en estudio pueda ser sostenida en el tiempo.

## 2.2. Tipos de Arreglos Ortogonales

De acuerdo al número de niveles que tengan los factores los Arreglos Ortogonales se dividen en la serie  $2^n$  y en la serie  $3^n$ . Los A. O. más utilizados son L(4), L(8), L(16), L(32) y L(64) para los de la serie  $2^n$ , y L(9) y L(27) para la serie  $3^n$ .

En un A.O L(4) se pueden evaluar dos factores con su correspondiente interacción (diseño saturado) o tres factores sin interacciones. En un A.O. L(8) tres factores (diseño saturado), hasta un máximo de siete factores sin evaluar interacciones.

## 2.3. Grados de Libertad de un Arreglo Ortogonal

### 2.3.1. Generalidades

Se puede definir los grados de libertad como el número de comparaciones que se deben realizar para llegar a una conclusión sin que ese número sea redundante.

Los grados de libertad se aplican a los factores de un proceso o producto en un experimento. Para llegar a una conclusión sobre la influencia que tienen los factores en la característica de calidad (variable respuesta), se necesitan comparar los valores obtenidos de dicha característica en los diferentes niveles de los factores. Estas comparaciones indican qué factores tienen mayor impacto sobre la característica de calidad estudiada y cuál es el nivel más deseable para cada factor.

Cada factor tiene su propio conjunto de comparaciones, siendo el número total de grados de libertad requerido la suma de los grados de libertad de cada factor.

Es por ello que es de suma importancia tener en cuenta cuántos grados de libertad son necesarios para estudiar el efecto de los factores cuando se comienza a diseñar una experimentación. Esto llevará a elegir de manera adecuada el Arreglo Ortogonal correspondiente para el análisis.

Siempre hay que tener en cuenta que debe seleccionarse, de ser posible el menor Arreglo Ortogonal que permita un buen análisis de los factores en estudio.

### 2.3.2. Grados de libertad de un A. O $2^n$

En un Arreglo Ortogonal de la serie  $2^n$  como ejemplo un L(4), L(8), L(16) cada factor es colocado en una columna. Como los factores tienen dos niveles, los grados de libertad son (número de niveles - 1), es decir, cada factor tiene 1 grado de libertad. Las interacciones también tendrán un grado de libertad y por lo tanto un A.O tiene tantos grados de libertad como columnas posea. De esta manera un L(4) tiene 3 grados de libertad disponibles, un L(8) tendrá 7 y así sucesivamente.

Un A. O de la serie  $3^n$  se utiliza para factores con tres niveles, los grados de libertad son  $(n - 1) = (3 - 1) = 2$ . Las interacciones dobles poseen 4 grados de libertad  $((3 - 1).(3 - 1) = 4)$ , luego en cada columna se puede poner un factor y por lo tanto cada columna tiene dos grados de libertad. Para evaluar una interacción doble es necesario evaluar dos columnas. Se puede observar entonces que un L(9) tiene 16 grados de libertad, un L(27) tiene 52 grados de libertad, etc.

## 2.4. Distribución de los factores e interacciones en las columnas

### 2.4.1. Arreglos de la serie $2^n$

La distribución de los factores e interacciones en las columnas se puede realizar mediante las Tablas Triangulares o mediante los Gráficos Lineales. Así por ejemplo si consideramos un A.O L(8) con tres factores la correspondiente Tabla Triangular es <sup>(46)</sup>

Tabla 7. Tabla triangular L8

Columna	2	3	4	5	6	7
1	3	2	5	4	7	6
2	--	1	6	7	4	5
3	--	--	7	6	5	4
4	--	--	--	1	2	3
5	--	--	--	--	3	2
6	--	--	--	--	--	1

Con tres factores A, B y C, se tiene que, si se coloca el factor A en la primera columna, al B en la segunda la tabla triangular dice que la interacción va a la tercera columna. Si el factor C está en la cuarta, la interacción AC ( $1^0$  y  $4^0$  columna) va a la  $5^0$ . La interacción BC ( $2^0$  y  $4^0$ ), va a la  $6^0$  y la interacción ABC ( $1^0$  y  $6^0$ ) va a la  $7^0$ . Luego los factores quedan distribuidos en el A.O de la siguiente manera:

Tabla 8. Arreglo Ortogonal L8

Ensayo/ factor	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	Datos
Ensayo 1	1	1	1	1	1	1	1	
Ensayo 2	1	1	1	2	2	2	2	
Ensayo 3	1	2	2	1	1	2	2	
Ensayo 4	1	2	2	2	2	1	1	
Ensayo 5	2	1	2	1	2	1	2	
Ensayo 6	2	1	2	2	1	2	1	
Ensayo 7	2	2	1	1	2	2	1	
Ensayo 8	2	2	1	2	1	1	2	

Si se utiliza el gráfico lineal para determinar qué lugares ocuparán en el A.O los factores y las interacciones <sup>(46)</sup>:

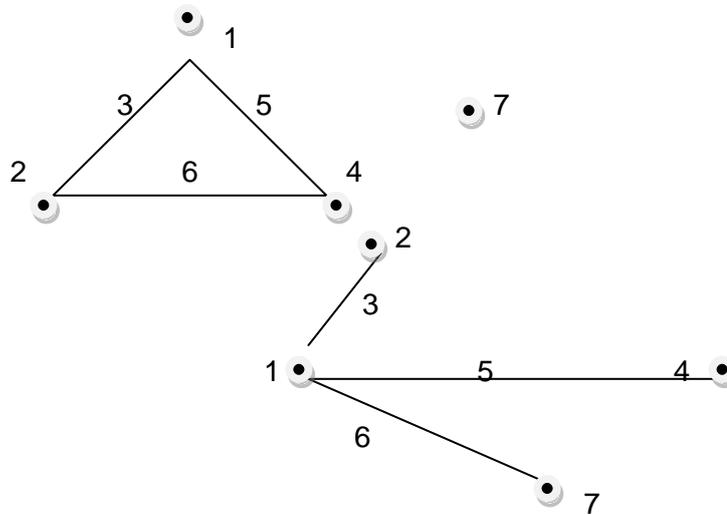


Figura 4. Gráfico Lineal para un L8

Los nodos corresponden a las columnas donde los factores se evalúan, mientras que en las líneas se encuentra la columna dónde se evaluará la interacción de esos factores.

#### 2.4.2. Confusión de efectos

En el punto anterior se muestra la manera de distribuir los factores e interacciones en un A.O L(8) en un diseño saturado (pueden ser evaluados todos los efectos, ya sea de factores o interacciones). Cuando se agrega un factor al análisis, si se desea trabajar con el mismo A.O entonces habrá efectos que se confunden. A través de las tablas triangulares, o de los gráficos lineales <sup>(35)</sup>, se puede determinar cuáles son los efectos que confunden en el diseño. Por ejemplo, si se agrega un factor D a los factores A, B y C que ya estaban distribuidos en un A.O L8 de la siguiente manera: consideran 4 factores A, B, C y D, y se utiliza un A.O. L(8), se tiene que:

Tabla 9. Distribución de los factores en un A. O. L8

Columnas	1	2	3	4	5	6	7
Factores	A	B	AB	C	AC	BC	ABC

El factor que es agregado se colocará en la columna correspondiente a la triple interacción (ABC), pues en la consideración del Dr. Taguchi es muy raro que esta sea significativa. De acuerdo a la tabla triangular, la interacción AD (1<sup>o</sup> columna y 7<sup>o</sup> columna) estará en la columna 6. La interacción BD (columna 2<sup>o</sup> y 7<sup>o</sup>) estará en la columna 5, la interacción CD (columna 4 y 7) irá a la columna 3. Las interacciones triples ABD (columnas 3 y 7) estará en la columna 4, la interacción BCD (columnas 6 y 7) estará en la columna 1 y la interacción ACD (columnas 5 y 7) estará en la columna 2. El A.O queda de la siguiente manera:

Tabla 10. Agregado de un cuarto factor en un A. O. L8

Columnas	1	2	3	4	5	6	7
Factores	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
Factores	BCD	ACD	CD	ABD	BD	AD	D

De esta manera se ve como el efecto de la interacción AB está confundido con el efecto de la interacción CD, el de la interacción BD con AC, y BC con AD, de la misma manera el efecto principal A estará confundido con el de la interacción triple BCD, B con ACD y C con ABD. Para el caso de las interacciones dobles, que también están confundidas, pero en este caso, con otras interacciones dobles, se requiere de la experiencia de los expertos en el proceso o producto para determinar, si hay un efecto significativo, a cuál de ellas corresponde. De no ser posible esta distinción entonces se debe recurrir a un arreglo Ortogonal mayor para que estos efectos puedan ser evaluados individualmente.

#### 2.4.3. Tipo de resolución para un Diseño de Experimentos de acuerdo al nivel de confusión entre los factores.

De acuerdo al nivel de confusión de los factores, hay 4 tipos de resolución para el diseño experimental:

- RESOLUCIÓN 1: Los efectos principales se encuentran confundidos con cualquier interacción. Baja resolución.
- RESOLUCIÓN 2: Los efectos principales no están confundidos con interacciones dobles y a su vez, éstas están confundidas entre sí.

- RESOLUCIÓN 3: Todos los efectos principales y las interacciones dobles no están confundidos, por lo tanto, ellos pueden ser estimados.
- RESOLUCION 4: Todos los efectos principales y todas las interacciones pueden ser estimadas. Alta resolución.

Obviamente los tipos de resolución más recomendables son el 3 y el 4, pero en ocasiones cuando el número de factores que incluye el análisis es muy numeroso y si se puede obtener información adicional sobre el comportamiento de los factores, los tipos de resolución 1 y 2 no se deben descartar.

## 2.5. Análisis de los resultados de la experimentación

### 2.5.1. Cálculo de la Suma de Cuadrados

Al igual que en el Diseño de Experimentos clásico, los resultados experimentales se evalúan a través del Análisis de la Varianza <sup>(46)</sup>.

La Variación Total está dada por:

$$SQ_T = \sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 2. Suma de Cuadrados Total

Mientras que para un factor cualquiera A, a dos niveles, está dada por:

$$SQ_A = \sum_{i=1}^n \frac{A_i^2}{n_{A_i}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 3. Suma de Cuadrados del factor A

Considerando que  $T = A_1 + A_2$ , (siendo  $A_1$  la suma de los valores de A en el nivel 1 del factor y  $A_2$  la suma de los valores de A en el nivel 2) reemplazando en la fórmula anterior y desarrollando luego el cuadrado del binomio la fórmula se puede simplificar y se obtiene que:

$$SQ_A = \frac{(A_1 - A_2)^2}{N}$$

Ecuación 4. Suma de Cuadrados del factor A simplificada

Para la interacción AB la fórmula de la suma de cuadrados es:

$$SQ_{AB} = \sum_{i=1}^c \frac{AB_i^2}{n_{AB_i}} - \frac{T^2}{N} - SQ_A - SQ_B$$

Ecuación 5. Suma de Cuadrados de la interacción A y B

Siendo la fórmula simplificada:

$$SQ_{AB} = \frac{(AB_1 - AB_2)^2}{N}$$

Ecuación 6. Suma de Cuadrados de la interacción A y B simplificada

### 2.5.2. Grados de libertad

Los grados de libertad para los factores es siempre el número de niveles menos 1:

$$gl(\text{factor}) = (\text{número de niveles} - 1)$$

Mientras que para la interacción es:

$$Gl(\text{interacción}) = gl(\text{de un factor}) \times gl(\text{otro factor})$$

### 2.5.3. Cuadrados Medios

Al igual que en el Diseño de Experimentos Clásicos los Cuadrados Medios están dados por:

$$CM_{\text{Factor}} = \frac{SQ_{\text{Factor}}}{gl_{\text{Factor}}}$$

Ecuación 7. Cuadrados Medios de los Factores

$$CM_{\text{Interacción}} = \frac{SQ_{\text{Interacción}}}{gl_{\text{Interacción}}}$$

Ecuación 8. Cuadrados Medio de la Interacción

$$CM_{\text{Error}} = \frac{SQ_{\text{Error}}}{gl_{\text{Error}}}$$

Ecuación 9. Suma de Cuadrados del Error

#### 2.5.4. Tabla de ANOVA

El cociente entre el Cuadrado Medio de los factores, o de las interacciones, y el Cuadrado medio del Error tiene una distribución F con los grados de libertad correspondientes al factor en el numerador y los grados de libertad correspondientes al error en el denominador, luego la tabla de ANOVA correspondientes es:

Tabla 11. Resolución del ANOVA

Fuente de variación	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado Medio	F
Efecto del factor	SC(Factor)	niveles - 1	$CM(Factor) = \frac{SC(Factor)}{a-1}$	$\frac{CM(Factor)}{CME}$
Efecto Interac.	SC(Inter.)	gl(fact.) x gl (fact.)	$CM(Inter.) = \frac{SC(Inter.)}{gl\ inter}$	$\frac{CM(Inter.)}{CME}$
Error	SCE	gl (error)	$CM(E) = \frac{SCE}{gl\ error}$	
Total	SCT	n - 1		

#### 2.5.5. Obtención de los niveles óptimos para los factores significativos

Una vez obtenidos, a través del ANOVA, los factores significativos para la respuesta media, se debe determinar el nivel óptimo para los mismos, es decir, el nivel que permite la mejor respuesta media.

Para ello se tiene en cuenta cuál es la característica saliente de la variable respuesta, es decir si Mayor es el Mejor, Menor es el Mejor o Ideal es el Mejor. Luego se calcula <sup>(12)</sup>:

$$\overline{Factor}_1 = \frac{\sum \text{datos donde el Factor está en el nivel 1}}{\text{número de datos en los que el factor está en el nivel 1}}$$

$$\overline{Factor}_2 = \frac{\sum \text{datos donde el Factor está en el nivel 2}}{\text{número de datos en los que el factor está en el nivel 2}}$$

Si Mayor es el Mejor entonces el nivel elegido será aquel que haga el mayor la variable respuesta, si Menor es el mejor se elige el nivel que haga menor la

variable respuesta y si Ideal es el Mejor, se elige el nivel cuya variable respuesta más se acerca al valor objetivo.

2.5.6. Estimación mediante un intervalo de confianza de la contribución de cada factor.

Una vez que se tiene determinado cuáles de los factores son significativos entonces se buscan los mejores niveles para ellos. Es obvio que:

$$\overline{\text{Factor}}_i = \frac{\sum \text{datos donde el Factor está en el nivel } i}{\text{número de datos en los que el factor está en el nivel } i}$$

Es una estimación puntual de  $\mu_{\text{Factor}_i}$ . Se puede considerar entonces que la estimación mediante un intervalo de este parámetro es:

$$\overline{\text{Factor}}_i \pm \sqrt{\frac{F_{\alpha}(1, f_e) \times V_e}{n_{\text{Factor}_i}}}$$

Ecuación 10. Intervalo de Confianza para estimar el  $\mu_{\text{Factor}_i}$

Donde  $F_{\alpha}(1, f_e)$  es un valor de la Tabla F-Snedecor con 1 grado de libertad en el numerador (los factores tienen dos niveles y por lo tanto 1 grado de libertad) y  $V_e$  son los grados de libertad del denominador.

2.5.7. Estimación de los resultados a obtener con la mejor combinación.

Una vez obtenida la combinación óptima de los factores, debería estimarse los resultados a obtener mediante esta combinación <sup>(22)</sup>.

Si se pudieran realizar muchos ensayos con la combinación óptima se obtendría un  $\overline{y}_{\text{óptimo}}$  que sería una estimación del parámetro  $\mu_{\text{óptimo}}$  de la característica de interés.

El Dr. Taguchi considera que al  $\widehat{\mu}_{\text{óptimo}}$ , estimador puntual de  $\mu_{\text{óptimo}}$ , de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \widehat{\mu}_{\text{óptimo}} &= \bar{y} + (\overline{\text{Factor } 1_i} - \bar{y}) + \dots + (\overline{\text{Factor } n_i} - \bar{y}) \\ &= \overline{\text{Factor } 1} + \dots + \overline{\text{Factor } n} - (n - 1)\bar{y} \end{aligned}$$

Resulta entonces, que el intervalo de confianza está dado por:

$$\widehat{\mu}_{\text{óptimo}} \mp \sqrt{\frac{F_{\alpha}(1; f_e) V_e}{n_e}}$$

Ecuación 11. Intervalo de Confianza para estimar el  $\mu_{\text{óptimo}}$

Donde

$$n_e = \frac{\text{Total de valores de y obtenidos}}{\text{Suma de los grados de libertad de los factores utilizados} + 1}$$

2.6. Pasos a seguir en un Diseño de Experimentos, según el criterio del Dr. Taguchi.

El Dr. Taguchi considera que para la realización de un Diseño de Experimentos, el investigador debe seguir los siguientes pasos <sup>(22)</sup>:

1- Determinación de los factores que pueden tener influencia en el Producto o Proceso.

La determinación de los factores que son investigados está subordinada a las características del producto o proceso. En este paso es de vital importancia la experiencia de los expertos. Los factores que, a priori, se supone que influyen en la característica de calidad que se evaluará surgirán del debate de ideas, puede ser por torbellino de ideas, diagrama de Ishikawa, etc., del conocimiento y experiencia de aquellas personas que estén involucradas directamente con el proceso en cuestión.

2- Determinación de los niveles de los factores en estudio

Las etapas iniciales de la experimentación pueden contener muchos factores con pocos niveles. Sería recomendable que estos posean dos niveles con el objetivo de minimizar la dimensión del experimento. En ocasiones el número de niveles del factor depende del tipo que éste sea. Existen dos clases de factores: con valores continuos o valores discretos:

- Factores continuos: son parámetros que pueden ser medidos en escala real, abarcando valores bajos y altos y admitiendo valores intermedios.
- Factores discretos: admiten valores específicos, pueden ser tanto cuantitativos como cualitativos, por ejemplo tipo de material, máquina, etc.

En general se fijan dos o tres niveles, pero eventualmente puede requerirse más niveles. No tienen por qué todos los factores tener el mismo número de niveles. Los diseños de Taguchi permiten combinar factores a diferentes niveles.

### 3- Elección del Arreglo Ortogonal más adecuado

De acuerdo al número de factores que involucre el experimento, así como también el número de niveles de los mismos se elegirá el A.O más adecuado que permita determinar los factores y/o interacciones que sean significativos para la característica de calidad que se está estudiando.

### 4- Distribución de los factores e interacciones en las columnas del Arreglo Ortogonal

La distribución de los factores en las columnas de los A.O se realiza mediante las tablas triangulares o gráficos lineales.

### 5- Realización de los ensayos

Una vez realizada la distribución de los factores en las columnas del A.O, queda determinado cuáles son los ensayos que se realizarán. Es importante tener en cuenta en este paso que el orden en que se realizan los ensayos debe ser aleatorio a fin de minimizar los posibles errores experimentales.

### 6- Evaluación de los resultados experimentales

Una vez realizados los ensayos se deben evaluar los resultados obtenidos. Allí se determinará cuáles de los factores son significativos, es decir, cuáles son los factores que al cambiar de nivel producen una modificación en la variable respuesta (característica de calidad que se está evaluando). Luego se debe determinar para estos factores el mejor nivel, y de esa manera obtener una combinación óptima para los factores que produzcan la mejor respuesta.

### 7- Ensayo de Confirmación

El Dr. Taguchi recomienda luego de la evaluación de los resultados realizar un ensayo con la combinación óptima para los factores en estudio y corroborar de esta manera si los resultados obtenidos son realmente los esperados.

## 2.7. Tamaño de la muestra

Para la resolución de los Arreglos Ortogonales a tres niveles, al igual que para dos niveles, se utiliza un ANOVA.

Para que pueda mantenerse la ortogonalidad debe tenerse en cuenta el tamaño de la muestra. El hecho de realizar más de una réplica por ensayo permitirá que la prueba tenga más potencia, es decir, mayor sensibilidad para detectar cambios.

Si en cambio hay solo una réplica por ensayo no podrá ser estimada la variancia del error (no hay grados de libertad para estimarla). Para resolver este inconveniente se puede seguir dos caminos:

- 1) Conociendo la variancia del error de experiencias previas, considerando los grados de libertad arbitrariamente grandes.
- 2) Considerando algún factor o las interacciones dobles despreciables y combinando sus sumas de cuadrados y sus grados de libertad, se obtiene una estimación del error. De esta manera quedan determinados automáticamente los grados de libertad.

Se tiene entonces una estimación del error vía columnas (pooling). Para este caso se tienen distintos criterios para esta estimación:

- a) Enviar al pooling las sumas de cuadrados de menor significación hasta el 50 %, sin sobrepasarlo, obteniendo así los grados de libertad necesarios para el error.
- b) Pasar al pooling todas las sumas de cuadrados que tengan un porcentaje menor al 3 % sobre el total.
- c) Se deja a criterio del experimentador la decisión de qué factores se envía al pooling, teniendo en cuenta, cuando una suma de cuadrados es significativamente baja, desde el punto de vista práctico.

## 3. DISEÑO DE EXPERIMENTOS. FACTORES CON TRES NIVELES.

En muchas ocasiones los factores que se deben evaluar para mejorar un producto o proceso tienen tres niveles <sup>(35)</sup>. Los Arreglos Ortogonales que contienen factores a tres niveles se los denomina "Serie 3<sup>n</sup>" y los más utilizados son L9 (3<sup>4</sup>), L18 (2<sup>1</sup> x 3<sup>7</sup>) y el L27 (3<sup>13</sup>). De igual modo existen Arreglos más grandes pero su tamaño hace que la investigación resulte muy dificultosa de

realizar. Sin embargo Arreglos como el L54 ( $2^1 \times 3^{25}$ ) resultan muy apropiados para el diseño de circuitos electrónicos y mecánicos.

### 3.1. Presentación del Arreglo Ortogonal L9 ( $3^4$ )

El L9 es un Arreglos Ortogonal simple diseñado para la evaluación de cuatro factores (diseño confundido), o dos factores y una interacción (diseño saturado).

Tabla 12. Arreglo Ortogonal L9

	Columna				
<b>Ensayo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>Resultados</b>
<b>1</b>	1	1	1	1	
<b>2</b>	1	2	2	2	
<b>3</b>	1	3	3	3	
<b>4</b>	2	1	2	3	
<b>5</b>	2	2	3	1	
<b>6</b>	2	3	1	2	
<b>7</b>	3	1	3	2	
<b>8</b>	3	2	1	3	
<b>9</b>	3	3	2	1	

### 3.2. Presentación del Arreglos Ortogonal L27 ( $3^{13}$ )

El L27 es uno de los arreglos Ortogonales de la serie  $3^n$  más utilizados, ya que puede incorporar un máximo de 13 factores en el análisis.

Tabla 13. Arreglo Ortogonal L27

	Columna N <sup>o</sup>												
Ensayo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2

### 3.3. Grados de Libertad

#### 3.3.1. Grados de Libertad de los Factores con tres niveles

Los grados de libertad de los factores son siempre el número de niveles menos

1. Para el caso de factores a tres niveles, los grados de libertad son dos:

$$gl = (\text{número de niveles} - 1)$$

$$gl = 3 - 1 = 2$$

Para el caso de las interacciones, los grados de libertad son el producto de los grados de libertad de los factores que intervienen en la interacción, es decir:

$$gl (AB) = gl (A) \times gl (B)$$

$$gl (AB) = 2 \times 2 = 4$$

Gráficamente la interacción se vería de la siguiente manera:

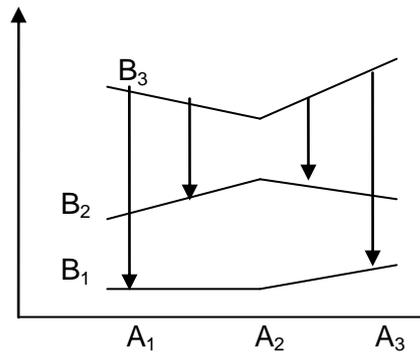


Figura 5. Interacción de dos factores a tres niveles

Se está en presencia de tres grupos de líneas, una para cada nivel del factor B, es claro que se necesitan hacer cuatro comparaciones para evaluar dicha interacción.

#### 3.3.2. Grados de libertad del Arreglo Ortogonal

Las columnas de los Arreglos Ortogonales de la serie  $3^n$  tiene dos grados de libertad, por lo que es posible asignar a cada columna un factor con tres niveles.

Ya se sabe que el total de grados de libertad de un Arreglo Ortogonal es igual a la suma de los grados de libertad de todas las columnas, por lo tanto si se tiene un Arreglo Ortogonal de la serie  $L_A (B^C)$ , los grados de libertad serán:

Grados de libertad por columna:  $(B-1)$

Número de columnas:  $C$

Total:  $(B-1) \times C$

Entonces para un Arreglo Ortogonal L9 ( $3^4$ ) se tiene:

Grados de libertad por columna:  $(3-1)$

Número de columnas: 4

Total de grados de libertad: 8

Para un Arreglo L27 ( $3^{13}$ ):

Grados de libertad por columna:  $(3-1)$

Número de columnas: 13

Total de grados de libertad: 26

En la asignación de los factores a las columnas de un A. O. se identifica un factor con la columna que contiene los mismos grados de libertad. Es diferente cuando se debe asignar una columna a una interacción ya que estas tienen cuatro grados de libertad asociados y las columnas solo dos. Por lo tanto para evaluar el efecto de la interacción es necesario utilizar dos columnas. Como, por ejemplo, un A.O L9 tiene ocho grados de libertad y una interacción precisa de cuatro para ser evaluada, quedan disponibles solo cuatro grados de libertad y por lo tanto solo dos factores pueden ser evaluados si se desea un diseño saturado. Si, en cambio, las interacciones no son de relevancia, en un A.O L9, pueden ser evaluados cuatro factores.

En el caso de un L27, por cada interacción que se desea evaluar, esta absorbe dos columnas, se reduce en dos el número de factores que se pueden incorporar al diseño, siendo el máximo de 13 factores en un diseño confundido.

### 3.4. Gráficos lineales estándar

Al igual que sucede en los Arreglos de la serie  $2^n$ , una de las maneras que utilizó el Dr. Taguchi para ubicar las interacciones en las columnas de los Arreglos Ortogonales son los gráficos lineales. Los puntos representan las columnas donde son asignados los factores y las líneas que las conectan la interacción correspondiente. Para cada Arreglo Ortogonal existe una serie de gráficos

lineales que corresponden a las maneras más usuales de asignar los factores en las columnas, estos gráficos reciben el nombre de Gráficos Lineales Estándar <sup>(46)</sup>.

### 3.4.1. Gráficos lineales estándar para un Arreglo Ortogonal L9

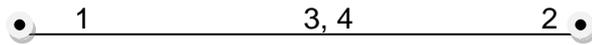


Figura 6. Gráfico lineal para un L9

Solo una línea en el esquema es permitida, y por lo tanto solo una interacción puede ser evaluada. La interacción será evaluada en las columnas 3 y 4.

### 3.4.2. Gráfico Lineal para un Arreglo Ortogonal L27

Para una Arreglo ortogonal L27 existen dos gráficos lineales estándar. El primero permite evaluar siete factores y la interacción entre tres de ellos:

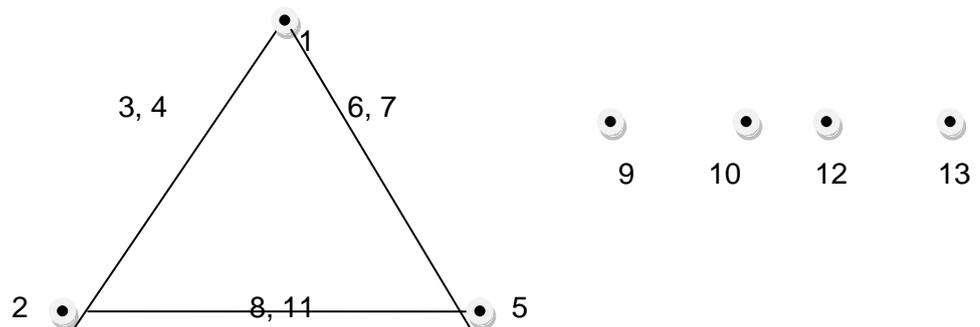


Figura 7. Gráfico Lineal para L27

En el caso del segundo gráfico lineal, existen dos esquemas. Ambos permiten el análisis de cinco factores y las interacciones entre cuatro de ellos con el restante:

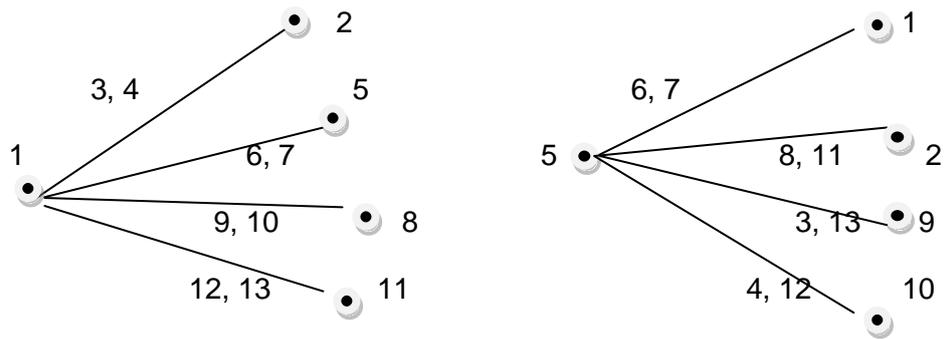


Figura 8. Gráfico lineal para un L27

El resto de las interacciones dobles se confunden con los factores o interacciones que se desean evaluar.

Si, por ejemplo, A es el factor cuyas interacciones dobles con los otros factores se desea evaluar, se puede realizar la siguiente asignación:

Tabla 14. Esquema I

Columna	1	2	5	8	11
Factor	A	B	C	D	E

Tabla 15. Esquema II

Columna	1	2	5	9	10
Factor	A	B	C	D	E

Así, por ejemplo, resulta en el ensayo 10, del esquema I, que el factor A se encuentra en el nivel 2 y los restantes en el nivel 1 según se puede observar en la tabla A. Dicha experiencia no se corresponde con ninguna de las que surgen del esquema II.

Las siguientes tablas muestran la asignación de los factores e interacciones a las diferentes columnas de acuerdo a los dos esquemas de asignación:

Tabla 16. Asignación de los factores en un A. O. según el Esquema I

Columna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Factores e interacciones	A	B	A B	A B	C	A C	A C	D	A D	A D	E	A E	A E
Interacciones dobles restantes	-	D	-	-	D	-	-	B	-	-	B	-	-
	-	E	-	-	E	-	-	C	-	-	C	-	-
	-	C	-	-	B	-	-	C	-	-	B	-	-
	-	E	-	-	D	-	-	E	-	-	D	-	-
	-	D	-	-	B	-	-	B	-	-	C	-	-
	-	C	-	-	E	-		E	-	-	D		-

Tabla 17. Asignación de los factores en un A. O. según el Esquema II

Columna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Factores e interacciones	A	B	A B	AB	C	A C	A C	A D	D	E			
Interacciones dobles restantes	D						B	D		A			B
	E						E	E		D			E
			C D	C E				A E	A E			C E	C D
					B D		B C			B C	B D		

Si, por ejemplo, interesa fundamentalmente medir el efecto del factor A y sus interacciones dobles, entonces se debe recurrir al esquema I, pues ni el factor A ni sus interacciones dobles se confunden con ninguna interacción doble, mientras que en el esquema II, sí.

Si en cambio interesa evaluar el efecto de los factores B, C, D o E en el esquema I están confundidos con tres interacciones dobles cada uno. Sin embargo en el esquema II el factor C no está confundido con ninguna interacción doble y los factores B, D y E están confundidos con una parte de la interacción

doble, entonces se puede decir que “están menos confundidos” en el esquema II que en el esquema I.

Será el experimentador, de acuerdo al conocimiento que posea de los efectos de los factores, el que decida cuál de los esquemas es más conveniente usar para cada problema que deba resolver.

### 3.4.3. Asignación de factores a un Arreglo Ortogonal

Existen diversos gráficos lineales para Arreglos Ortogonales de la forma  $3^n$ . La técnica es adaptar el gráfico lineal requerido al gráfico lineal estándar <sup>(46)</sup>. Por ejemplo:

Sean los factores A, B, C, D, E, a tres niveles, y las interacciones: AB, AC, AE.

Pasos a seguir:

- 1) Se selecciona el Arreglo Ortogonal correspondiente de acuerdo al número de grados de libertad necesarios:

Factores:  $5 \times (3-1) = 10$  grados de libertad

Interacciones:  $3 \times (3-1) \times (3-1) = 12$  grados de libertad

Total: 22 grados de libertad.

Se debe seleccionar el A. O L27 ( $3^{13}$ ), que posee 26 grados de libertad.

- 2) Se dibuja el gráfico lineal correspondiente:

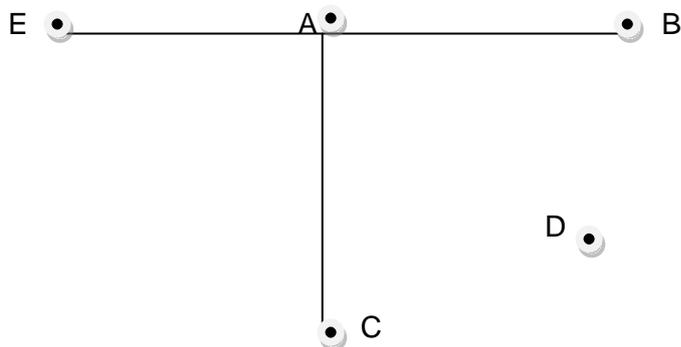


Figura 9. Gráfico Lineal para L27

- 3) Elegir el gráfico lineal estándar requerido

Como existen tres interacciones de interés que poseen un factor en común, el gráfico estándar elegido resulta ser:

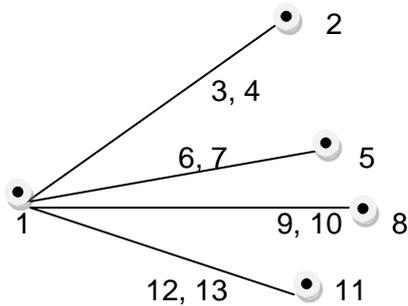


Figura 10. Gráfico Lineal para un L27

4) Rediseñar el gráfico lineal requerido:

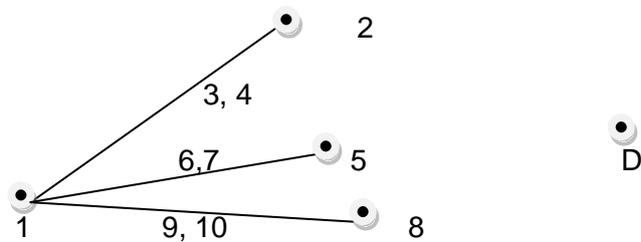


Figura 11. Gráfico Rediseñado

5) Asignar los factores al gráfico lineal estándar elegido.

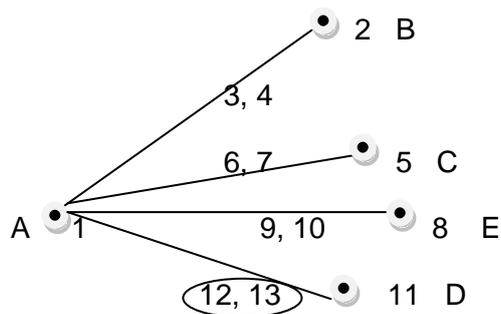


Figura 12. Asignación de factores al Gráfico Lineal

Como las columnas 12 y 13 están vacantes, pueden ser usadas para medir la interacción entre los factores A y D. Si bien esta interacción no era en un principio de interés, el incluirla en el análisis puede agregar información sin incrementar el tamaño del Arreglo ortogonal o el costo del experimento.

6) Comparar distintos gráficos lineales estándar (si fuese necesario).

Si un Arreglo Ortogonal tiene más de un gráfico lineal permitido, como en este caso, se debe tener en cuenta la conveniencia de las distintas variantes de acuerdo a lo analizado anteriormente.

### 3.4.4. Modificación de los Gráficos Lineales

Hay ocasiones en que no es posible utilizar, en forma directa o indirecta como en el ejemplo anterior, uno de los gráficos lineales estándar para asignar los factores e interacciones a las columnas del arreglo Ortogonal. En esos casos se debe recurrir a un Arreglo ortogonal más grande, lo que implica aumentar el número de experiencias, o bien se debe modificar los gráficos Lineales existentes para poder evaluar los efectos de los factores o interacciones de interés.

Por ejemplo: si se desea estimar el efecto de 8 factores a dos niveles y dos interacciones de la siguiente manera:

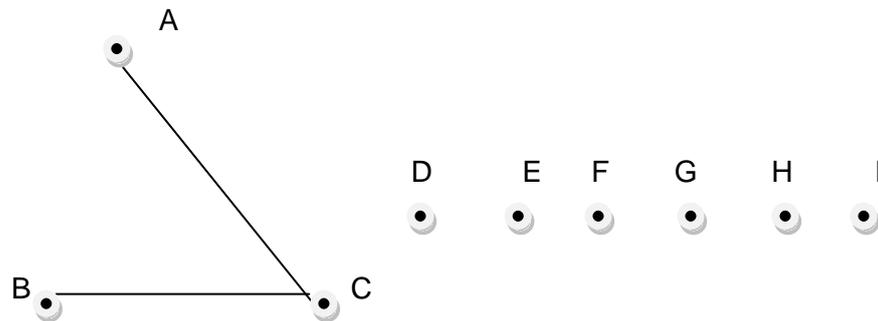


Figura 13. Factores e Interacciones a Evaluar

El gráfico lineal estándar es:

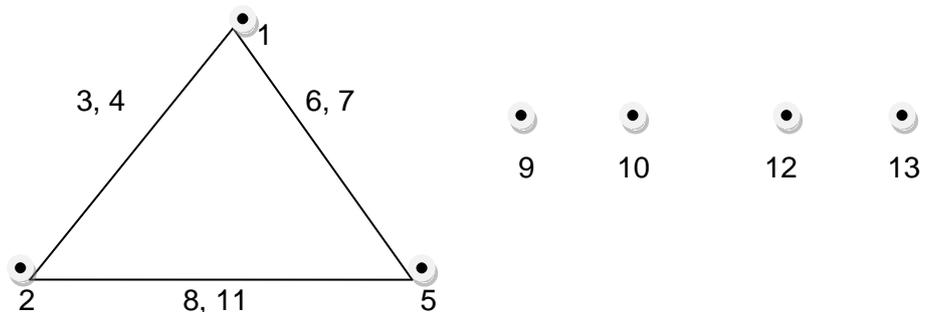


Figura 14. Gráfico Lineal Estándar para un L27

El gráfico lineal modificado queda:

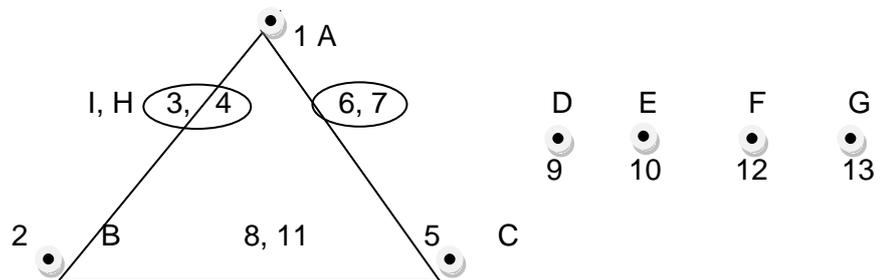


Figura 15. Gráfico Lineal Modificado

### 3.5. Resolución del ANOVA

Como en el caso de Arreglos Ortogonales para factores con dos niveles, el ensayo culmina con la resolución de un ANOVA. Para ello las fórmulas que se utilizan son:

$$\frac{T^2}{N} = \frac{(\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N}$$

Ecuación 12. Suma de Totales al cuadrado dividido N.

$$SQ_A = \frac{A_1^2}{n_{A_1}} + \frac{A_2^2}{n_{A_2}} + \frac{A_3^2}{n_{A_3}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 13. Suma de Cuadrados del factor A.

$$SQ_B = \frac{B_1^2}{n_{B_1}} + \frac{B_2^2}{n_{B_2}} + \frac{B_3^2}{n_{B_3}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 14. Suma de cuadrados del factor B.

$$SQ_{AB} = \frac{(AB)_1^2}{n_{(AB)_1}} + \frac{(AB)_2^2}{n_{(AB)_2}} + \frac{(AB)_3^2}{n_{(AB)_3}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 15. Suma de Cuadrados de la Interacción entre los factores A y B.

$$SQ_{\text{ERROR}} = SQ_{\text{TOTAL}} - SQ_A - SQ_B - SQ_{AB}$$

Ecuación 16. Suma de Cuadrados del Error.

#### 4. DATOS POR ATRIBUTO

Existen diversas características de calidad que pueden utilizarse para optimizar producto o proceso y que de acuerdo a sus rasgos se clasifican de la siguiente manera:

- Medibles (variable continua).
- Por atributo (variable discreta)
- Dinámica (representación funcional del proceso en estudio).

En los capítulos anteriores se desarrollaron las técnicas de Taguchi para el análisis de Diseño de Experimentos cuando la característica de calidad con la que se evaluaba un proceso o producto era una variable continua <sup>(46)</sup>. El objetivo en este capítulo es desarrollar las técnicas de análisis cuando los datos son características cualitativas, es decir, son atributos, determinar cómo se obtienen los factores significativos y cómo pueden ajustarse a sus niveles óptimos.

##### 4.1. Tamaño de la muestra

Las técnicas utilizadas para el análisis de datos cuantitativos no son completamente aplicables en el análisis de datos por atributos.

En el análisis muchos son los elementos que varían de acuerdo a las características de la variable que se utiliza (atributos), siendo la principal diferencia la necesidad de trabajar con una muestra de mayor tamaño. Se requiere de una mayor cantidad de unidades experimentales por ensayo para obtener una información equivalente, recomendando el Dr. Taguchi un mínimo de 20 unidades experimentales en la clase de menor frecuencia, para obtener la información deseada <sup>(35)</sup>.

##### 4.2. Clasificación de los datos

Una vez definida la característica de calidad de interés se debe determinar en cuántas clases se dividirán la información y cuáles de esas clases son de interés. Hay que tener en cuenta que, si bien un aumento en el número de clases

hará que la investigación sea más completa, con mayor precisión en los resultados, también aumentará el grado de complejidad de la experimentación y los costos de la misma, ya que será necesaria una mayor cantidad de unidades experimentales.

#### 4.3. Representación de los datos

Cada unidad producida durante un ensayo será clasificada en una de la categoría en que se dividió a la característica de calidad y el número total de unidades por categoría es asignado a una tabla de la siguiente manera:

Tabla 18. Arreglo Ortogonal

Ensayo	Factores			Clases			
	A	B	...	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	...	C <sub>t</sub>
1	1	1	...	y <sub>11</sub>	y <sub>12</sub>	...	y <sub>1t</sub>
2	1	.	...	y <sub>21</sub>	y <sub>22</sub>	...	y <sub>2t</sub>
.	.	.	...	.	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.	.
n	2	2	...	y <sub>n1</sub>	y <sub>n2</sub>	...	y <sub>nt</sub>

Donde las  $y_{ij}$  es el total de unidades del ensayo  $i$  con característica  $C_j$

#### 4.4. Técnica de Análisis

El análisis de los datos por atributo puede realizarse de diversas maneras de acuerdo a las características propias de los datos y a la cantidad de clases en que se divide a la variable.

##### 4.4.1. Datos clasificados en dos clases

Si solo existen dos clases  $C_1$  y  $C_2$  a cada unidad experimental en  $C_1$  se le asocia el número 1 y a cada unidad experimental en  $C_2$  se le asocia el número 0, entonces:

$$SQ_T = T - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 17. Suma de Cuadrados Total

Donde

$$T = \sum_{i=1}^N y_i$$

Ecuación 18. Suma de los valores

Se calculan la suma de cuadrados para los factores e interacciones de manera análoga:

$$SQ_{\text{factor}} = \frac{(\text{factor}_1 - \text{factor}_2)^2}{N}$$

Ecuación 19. Suma de los Cuadrados de los factores

$$SQ_{\text{interacción}} = \frac{(\text{interacción}_1 - \text{interacción}_2)^2}{N}$$

Ecuación 20. Suma de los cuadrados de la interacción entre dos factores

El análisis concluye evaluando el ANOVA correspondiente.

#### 4.4.2. Datos clasificados en más clases

Si para obtener un análisis más completo y una información más precisa se clasifica a las unidades experimentales en más clases,  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , el análisis comienza considerando las siguientes categorías:

Categoría I:  $C_1$

Categoría II:  $C_1 + C_2$

Categoría n:  $C_1 + C_2 + \dots + C_n$

Luego se calcular un factor de ponderación para cada categoría  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , que representa una función de la frecuencia acumulada.

La fórmula para la categoría  $i$  está dada por:

$$W_i = \frac{N^2}{T_i(N - T_i)}$$

Ecuación 21. Peso dado a cada categoría

siendo

N = número total de unidades experimentales.

$T_i$  = frecuencia acumulada de la categoría  $i$ .

La suma de cuadrados total se realiza ponderando la suma de cuadrados de cada categoría:

$$SQ_T = SQ_{T_1} \cdot W_1 + SQ_{T_2} \cdot W_2 + \dots + SQ_{T_n} \cdot W_n$$

Ecuación 22. Suma de Cuadrados Totales

donde

$$SQ_{T_i} = T_i \cdot \frac{T_i^2}{N}$$

reemplazando

$$SQ_T = \left(T_I - \frac{T_I^2}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_I(N - T_I)}\right) + \left(T_{II} - \frac{T_{II}^2}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_{II}(N - T_{II})}\right) + \dots + \left(T_n - \frac{T_n^2}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_n(N - T_n)}\right) =$$

$$SQ_T = T_I \left(T_I - \frac{T_I}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_I(N - T_I)}\right) + T_{II} \left(T_{II} - \frac{T_{II}}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_{II}(N - T_{II})}\right) + \dots + T_n \left(T_n - \frac{T_n}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_n(N - T_n)}\right) =$$

$$SQ_T = T_I \left(\frac{N - T_I}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_I(N - T_I)}\right) + T_{II} \left(\frac{N - T_{II}}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_{II}(N - T_{II})}\right) + \dots + T_n \left(\frac{N - T_n}{N}\right) \cdot \left(\frac{N^2}{T_n(N - T_n)}\right) =$$

$$SQ_T = N + N + \dots + N = n \cdot N$$

Luego, las sumas de cuadrados de los factores se calculan de la siguiente manera:

$$SQ_{factor} = \sum_{i=1}^n SQ_{factor_i} \cdot W_i$$

Ecuación 23. Suma de Cuadrados de los factores

donde  $SQ_{factor_i} = \frac{(A_{i1} - A_{i2})^2}{N}$

Siendo  $A_{i1}$  = frecuencia acumulada para el nivel 1 del factor A en la categoría  $i$ .

El análisis concluye evaluando el ANOVA correspondiente.

## 5. DISEÑOS ESPECIALES

En los capítulos anteriores se desarrolló la teoría para el Diseño de Experimentos cuando los factores involucrados tenían el mismo número de niveles ya sean dos o tres. Esto no siempre ocurre cuando se está frente a un problema real. Trabajando con factores que están en niveles diferentes no siempre es posible “forzarlos” para que todos queden en igual número de niveles. En este capítulo se desarrollan métodos que permiten:

- incorporar factores con diferentes números de niveles dentro de un mismo experimento.
- modificar los niveles de un factor para reducir el tamaño del experimento.

Se presentan en detalle cuatro métodos.

### 5.1. Arreglo con Niveles Múltiples

Esta técnica se aplica para el tratamiento de factores que poseen un número considerablemente mayor de niveles que los restantes factores en estudio. Aplicaciones específicas incluyen factores con cuatro o con ocho niveles que deben incorporarse en un arreglo ortogonal de la serie  $2^n$ , tales como un L8 o un L16 respectivamente. También puede incorporarse un factor con nueve niveles en un L27, manteniendo los restantes a tres niveles <sup>(36)</sup>.

#### 5.1.1. Incorporación de un factor con cuatro niveles a un L8

Si se desea incorporar a un diseño experimental los factores A, B, C, D y E siendo el factor A con cuatro niveles y los restantes con dos, se debe tener en cuenta el número de grados de libertad que se necesitan para poder realizar el análisis correspondiente. Si un factor A tiene 4 niveles el número de grados de libertad es:

$$gl(A) = (\text{número de niveles} - 1) = 4 - 1 = 3$$

como cada columna de un arreglo ortogonal aporta un grado de libertad al arreglo deben considerarse tres columnas para poder evaluar el efecto de este factor a cuatro niveles. En un L8 quedan entonces cuatro grados de libertad disponibles, por lo tanto se pueden incorporar un máximo de cuatro factores a

dos niveles, sin considerar las posibles interacciones, es decir, un diseño confundido, o tres factores y una interacción.

Como se dijo anteriormente un factor con cuatro niveles requiere tres grados de libertad y por lo tanto se requiere de tres columnas mutuamente interactivas para evaluarlas. En un principio se seleccionan las columnas 1 y 2; la interacción entre dichas columnas, de acuerdo a la asignación de la tabla triangular correspondiente, se sitúa en la columna 3, completando de esta manera el conjunto de columnas requeridas.

Ahora, de las tres columnas se eligen dos, por ejemplo 1 y 2. Asociando estas dos columnas se obtienen cuatro combinaciones de niveles:

Tabla 19. Arreglo ortogonal Modificado

Ensayo	Nivel de la Columna		Nivel de la nueva columna
	1	2	
1, 2	1	1	1
3,4	1	2	2
5,6	2	1	3
7,8	2	2	4

Luego, se reemplazan las tres columnas por la nueva con los niveles del factor a cuatro niveles:

Tabla 20. Arreglo ortogonal Modificado Completo

Ensayo	Columna					Datos experimentales
	Combinada	4	5	6	7	
	A	B	C	D	E	
1	1	1	1	1	1	
2	1	2	2	2	2	
3	2	1	1	2	2	
4	2	2	2	1	1	
5	3	1	2	1	2	
6	3	2	1	2	1	
7	4	1	2	2	1	
8	4	2	1	1	2	

La suma de Cuadrados del factor a cuatro niveles está dada por:

$$SQ_A = \frac{A_1^2}{n_{A_1}} + \frac{A_2^2}{n_{A_2}} + \frac{A_3^2}{n_{A_3}} + \frac{A_4^2}{n_{A_4}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 24. Suma de Cuadrados del factor A

Se obtiene luego la siguiente tabla de ANOVA:

Tabla 21. Resolución del ANOVA

Fuente de variación	g.l	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F
A	3	$SQ_A$	$\frac{SQ_A}{3}$	$F_{3; N-1-7; \alpha}$
B	1	$SQ_B$	$\frac{SQ_B}{1}$	$F_{1; N-1-7; \alpha}$
C	1	$SQ_C$	$\frac{SQ_C}{1}$	$F_{1; N-1-7; \alpha}$
D	1	$SQ_D$	$\frac{SQ_D}{1}$	$F_{1; N-1-7; \alpha}$
E	1	$SQ_E$	$\frac{SQ_E}{1}$	$F_{1; N-1-7; \alpha}$
Error	$N - 1 - 7$	$SQ_{ERROR}$	$\frac{SQ_{ERROR}}{N - 1 - 7}$	
Total	$N - 1$	$SQ_{TOTAL}$		

### 5.1.2. Ortogonalidad

La ortogonalidad del experimento se mantiene ya que se puede verificar que la suma de cuadrados del factor A es igual a la suma de cuadrados de las columnas del arreglo estándar que se combinaron para originar la columna modificada:

$$SQ_A = SQ_{col. 1} + SQ_{col. 2} + SQ_{col. 3}$$

Ecuación 25. Suma de Cuadrados del factor A

### 5.2. Incorporación de un factor con nueve niveles en un Arreglo Ortogonal de la serie $3^n$

Quando se desea trabajar con un factor A con 9 niveles, el Arreglo Ortogonal más pequeño que se puede utilizar es un L27 (tiene 26 grados de libertad asociados). Realizando el mismo razonamiento que se utilizó para incorporar un

factor con cuatro niveles en un Arreglo de la serie  $2^n$ , se debe tener en cuenta los grados de libertad necesarios para el análisis:

$$gl(A) = (\text{número de niveles} - 1) = 9 - 1 = 8$$

es decir, para evaluar el efecto de este factor A se necesitan 4 columnas interactivas (cada columna de un Arreglo de la serie  $3^n$  tiene 2 grados de libertad), quedando entonces, 18 grados de libertad disponibles. De esta manera se pueden evaluar otros 9 factores sin interacciones <sup>(36)</sup>.

Para determinar el efecto del factor a nueve niveles se pueden utilizar, por ejemplo, las columnas 1 y 2 siendo la interacción asignada a las columnas 3 y 4. Con la asociación de estas cuatro columnas se tienen los nueve niveles del factor:

Tabla 22. Arreglo ortogonal Modificado para un L27

ENSAYO	NIVEL DE LA COLUMNA		NIVEL DE LA NUEVA COLUMNA
	Col. 1	Col. 2	
1, 2, 3	1	1	1
4, 5, 6	1	2	2
7, 8, 9	1	3	3
10, 11, 12	2	1	4
13, 14, 15	2	2	5
16, 17, 18	2	3	6
19, 20, 21	3	1	7
22, 23, 24	3	2	8
25, 26, 27	3	3	9

La suma de cuadrados del factor A con nueve niveles se calcula de la siguiente manera:

$$SQ_A = \frac{A_1^2}{n_{A_1}} + \frac{A_2^2}{n_{A_2}} + \dots + \frac{A_9^2}{n_{A_9}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 26. Suma de Cuadrados del factor A

La correspondiente tabla de ANOVA es:

Tabla 23. Resolución del ANOVA

Fuente de variación	g.l	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F
A	8	$SQ_A$	$\frac{SQ_A}{8}$	$F_{8; N-1-26; \alpha}$
B	2	$SQ_B$	$\frac{SQ_B}{2}$	$F_{2; N-1-26; \alpha}$
C	2	$SQ_C$	$\frac{SQ_C}{2}$	$F_{2; N-1-26; \alpha}$
D	2	$SQ_D$	$\frac{SQ_D}{2}$	$F_{2; N-1-26; \alpha}$
E	2	$SQ_E$	$\frac{SQ_E}{2}$	$F_{2; N-1-26; \alpha}$
...				
J	2	$SQ_J$	$\frac{SQ_J}{2}$	$F_{2; N-1-26; \alpha}$
Error	$N - 1 - 26$	$SQ_{ERROR}$	$\frac{SQ_{ERROR}}{N - 1 - 26}$	
Total	$N - 1$	$SQ_{TOTAL}$		

### 5.3. Interacciones entre los factores

La interacción entre un factor con niveles múltiples y un factor a dos o tres niveles es difícil de medir pues se requiere de un número elevado de grados de libertad. Por ejemplo, si se tiene un factor A con cuatro niveles y un factor B con dos niveles, la interacción correspondiente a estos dos factores tendrá 3 grados de libertad y por lo tanto se requerirá de tres columnas del Arreglo Ortogonal L8 para poder ser evaluada. De la misma manera si se tiene un factor A con 9 niveles y otro factor B con tres, la interacción correspondiente tendrá 16 grados de libertad, siendo necesario 8 columnas del Arreglo Ortogonal L27 para evaluarla. Por este motivo se recomienda, salvo que se tenga certeza del efecto de la interacción, no trabajar con interacciones entre factores con efectos múltiples.

#### 5.4. Tratamiento simulado: Factores con dos niveles en un Arreglo Ortogonal de la serie $3^n$

Para que un Arreglo Ortogonal de la serie  $3^n$  esté balanceado es necesario que cada uno de los factores tenga tres niveles. Por lo tanto cuando se desea trabajar con un factor a dos niveles y los restantes a tres, se debe repetir alguno de los dos niveles existentes, es conveniente repetir el nivel del factor del que se tiene menos información o del que resulte más fácil de implementar o tenga un costo menor. Obviamente, el tratamiento simulado provoca un número desigual de datos para cada uno de los niveles del factor.

Si se desea trabajar, por ejemplo, con un factor A a dos niveles, y tres factores B, C y D a tres niveles, los grados de libertad necesarios son:

$$gl(A) = 2 - 1 = 1$$

nivel simulado: 1

$$gl(B) = gl(C) = gl(D) = 3 - 1 = 2$$

Por lo tanto se necesitan 8 grados de libertad para realizar el experimento. El Arreglo Ortogonal más conveniente es un L9, ya que cuenta con exactamente 8 gl.

Se decide cuál de los dos niveles del factor A se va a repetir, por ejemplo, el nivel 2. Se modifica, luego, los niveles de la columna seleccionada del Arreglo y se hace la asignación de los restantes factores:

Tabla 24. Arreglo Ortogonal Modificado

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>Ensayo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	2'	1	3	2
8	2'	2	1	3
9	2'	3	2	1

La suma de cuadrados para el factor A será:

$$SQ_A = \frac{A_1^2}{n_{A_1}} + \frac{(A_2 + A_{2'})^2}{n_{A_2} + n_{A_{2'}}} - \frac{T^2}{N}$$

Ecuación 27. Suma de Cuadrados del factor A

La columna a la cual el factor A fue asignado, posee dos grados de libertad, como dicho factor posee un grado de libertad, el grado de libertad restante se asocia al error. En principio entonces, la variación del error puede ser tratada de modo semejante a la de un factor con dos niveles comparando las medias de las condiciones 2 y 2':

$$SQ_{e'} = \frac{(A_2 - A_{2'})^2}{n_{A_2} + n_{A_{2'}}}$$

Ecuación 28. Suma de Cuadrados del Error

Resumiendo:

Tabla 25. Resolución del ANOVA

Fuente de variación	gl
A	1
e'	1
B	2
C	2
D	2
e''	N - 1 - 8
Total	N- 1

Dado que:

$$SQ_{\text{Error}} = SQ_e + SQ_{e'}$$

Ecuación 29. Suma de Cuadrados del Error

Se obtiene, entonces la siguiente tabla de ANOVA:

Tabla 26. Resolución del ANOVA completo

Fuente de variación	gl	Suma de cuadrados	Cuadrado Medio	F
A	1	$SQ_A$	$SQ_A$	$F_{1, N-1-7; \alpha}$
B	2	$SQ_B$	$\frac{SQ_B}{2}$	$F_{2, N-1-7; \alpha}$
C	2	$SQ_C$	$\frac{SQ_C}{2}$	$F_{2, N-1-7; \alpha}$
D	2	$SQ_D$	$\frac{SQ_D}{2}$	$F_{2, N-1-7; \alpha}$
Error	N - 1 - 7	$SQ_{\text{ERROR}}$	$\frac{SQ_{\text{ERROR}}}{N-1-7}$	
Total	N- 1			

### 5.5. Uso combinado de Tratamiento Simulado y Arreglo con Factores Múltiples

En algunas ocasiones es necesario trabajar con factores con más niveles de los que permite el Arreglo Ortogonal. Esta situación puede solucionarse modificando

los niveles del factor para utilizar la técnica de Niveles Múltiples y de Tratamiento Simulado.

Se determina el Arreglo con niveles múltiples que más se aproxima a lo que se necesita y se utiliza Tratamiento Simulado para cubrir los niveles vacantes.

De esta manera, resulta que se puede trabajar con un factor a seis niveles en un L16 modificado como para permitir el estudio de un factor con 8 niveles (en consecuencia se repetirán dos niveles del factor en cuestión).

Así como también se puede trabajar con un factor a tres niveles en uno preparado para incorporar un factor con cuatro niveles. Para este último caso se tiene que:

Sean los factores A, B, C, D y E los factores en estudio. El factor A tiene tres niveles y los restantes dos. Sea el nivel 1 del factor A el que se quiere repetir. El Arreglo L8 modificado será:

Tabla 27. Arreglo Ortogonal Modificado para Tratamiento Simulado

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
	<b>Columna</b>				
<b>Ensayo</b>	<b>Combinada</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	2	1	1	2	2
4	2	2	2	1	1
5	3	1	2	1	2
6	3	2	1	2	1
7	1'	1	2	2	1
8	1'	2	1	1	2

### 5.6. Diseño de factores combinados

Cuando se desea incorporar un par de factores con dos niveles en un arreglo ortogonal de la serie  $3^n$ , en lugar de usar Tratamiento Simulado, que requiere de más grados de libertad, los dos factores pueden ser incorporados un una misma

columna como si se tratase de un factor con tres niveles, requiriendo solo dos grados de libertad.

Esta reducción puede ser particularmente beneficiosa para disminuir el tamaño del experimento cuando unos pocos grados de libertad son la diferencia entre usar un arreglo ortogonal y el siguiente en tamaño <sup>(36)</sup>.

Una restricción de este método es que ninguna interacción de los factores combinados con cualquiera de los factores restantes puede ser estimada.

Por ejemplo, se desea evaluar doce factores con tres niveles, y dos factores a dos niveles. Si se usase tratamiento simulado para incorporar estos dos últimos factores se requiere un total de 28 grados de libertad:

$$\text{Factores con dos niveles: } gl = 2 \times 1 = 2$$

$$\text{Niveles simulados} = gl = 2 \times 1 = 2$$

$$\text{Factores con tres niveles} = gl = 12 \times 2 = 24$$

$$\text{Total} = gl = 28$$

Como en un L27 hay sólo 26 grados de libertad es necesario un L54. Sin embargo, si se utiliza la técnica de Diseño de Factores Combinados, como los dos factores a dos niveles se convierten en un solo factor con tres niveles, el total de grados de libertad se reduce a veintiséis y se puede trabajar con un L27.

El diseño de factores Combinados permite, además, trabajar cuando no todos los niveles de uno de los factores están disponibles para todos los niveles de algún otro factor.

#### 5.6.1. Dos factores con dos niveles

Sean dos factores A y B a dos niveles, y tres factores C, D y E con tres niveles. Si se utilizara el Método de Tratamiento Simulado se requerirán diez grados de libertad, la alternativa es usar la Técnica de factores combinados para transformar el par de factores a dos niveles en un factor a tres niveles, reduciendo a ocho grados de libertad requeridos, pudiéndose utilizar un L9 <sup>(45)</sup>.

Se hace un listado de las combinaciones posibles en cuanto a los niveles, de los factores A y B:

$$A_1B_1 \quad A_2B_1 \quad A_1B_2 \quad A_2B_2$$

Debido a la reducción de los grados de libertad, una de las cuatro combinaciones no se podrá ensayar en este experimento.

Luego se seleccionan los niveles del factor combinado que se desean experimentar, por ejemplo:

Tabla 28. Factores Combinados

Nivel del factor		
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
A <sub>1</sub> B <sub>1</sub>	A <sub>2</sub> B <sub>1</sub>	A <sub>2</sub> B <sub>2</sub>

Se realiza la asignación de factores a las columnas del Arreglo Ortogonal:

Tabla 29. Arreglo Ortogonal Modificado

	<b>AB</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>Ensayo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

Una comparación entre los niveles 1 y 2 suministrará una estimación del efecto del factor A (el factor B se mantiene constante en B<sub>1</sub>, y el nivel 2 comparado con el nivel 3 proporciona una estimación del efecto del factor B (el factor A se mantiene constante en el nivel 2). Luego, aplicando la fórmula específica para factores con dos niveles se obtiene:

$$SQ_A = \frac{[(AB)_1 - (AB)_2]^2}{n_{AB_1} + n_{AB_2}}$$

Ecuación 30. Suma de Cuadrados del factor A

$$SQ_B = \frac{[(AB)_2 - (AB)_3]^2}{n_{(AB)_2} + n_{(AB)_3}}$$

Ecuación 31. Suma de Cuadrados del factor B

### 5.6.2. Ortogonalidad

La ortogonalidad del experimento no resulta afectada:

$$SQ_T = SQ_{AB} + SQ_C + SQ_D + SQ_E$$

Ecuación 32. Suma de Cuadrados Totales

Debido a que la condición  $A_1B_2$  no puede ser verificada, no hay ortogonalidad <sup>(23)</sup> entre los factores A y B. En general se tiene que:

$$SQ_{AB} \neq SQ_A + SQ_B$$

Ecuación 33. Suma de Cuadrados de la Interacción entre dos factores

### 5.6.3. Factores Múltiples

Sean los factores A y B a tres niveles y el factor C a dos niveles, existen 18 posibles combinaciones para realizarse. Hay ocasiones en que no pueden realizarse todas las combinaciones debido a imposibilidad técnica, escasos recursos, imposibilidad de tiempo, etc. Supóngase que de las 18 combinaciones sólo se pueden realizar las siguientes:

$A_1 B_1 C_2$	$A_2 B_1 C_2$
$A_3 B_1 C_1$	$A_3 B_1 C_2$
$A_3 B_2 C_2$	$A_3 B_3 C_2$

Cada combinación del factor se redefine como un nivel de un factor, cuyo número de niveles se corresponde con el número de combinaciones permitidas:

$A_1 B_1 C_2$	$(ABC)_1$	nivel 1
$A_2 B_1 C_2$	$(ABC)_2$	nivel 2
$A_3 B_1 C_1$	$(ABC)_3$	nivel 3
$A_3 B_1 C_2$	$(ABC)_4$	nivel 4

$A_3 B_2 C_2$	$(ABC)_5$	nivel 5
$A_3 B_3 C_2$	$(ABC)_6$	nivel 6

Ahora se puede completar el diseño del experimento usando el método de Arreglo con niveles Múltiples y Tratamiento Simulado.

En el análisis, el factor combinado se trata como si fuese un factor “normal”. Aunque, debido a la reducción de ensayos, no puede estudiarse el comportamiento individual de cada uno de los componentes del factor combinado <sup>(35)</sup>.

### 5.7. Columna Inactiva

Al igual que el Método de Arreglos con niveles Múltiples y Tratamiento Simulado se utiliza para realizar diseños donde estén involucrados factores con distinto número de niveles. Cuando más de un factor debe ser particularmente estudiado este método crea diseños más eficaces que los ya vistos.

Supóngase que existe en estudio seis factores a dos niveles y cuatro a tres niveles. Aplicando Arreglos con Niveles Múltiples (definiendo los factores a tres niveles como con cuatro niveles), y luego Tratamiento Simulado, se requieren dieciocho grados de libertad:

$$\text{Factores con dos niveles: gl.} = 6 \times 1 = 6$$

$$\text{Factores con tres niveles: gl.} = 4 \times 2 = 8$$

$$\text{Niveles simulados: gl.} = 4 \times 1 = 4$$

$$\text{Total : gl.} = 18$$

El problema requiere un L32 para poder ser resuelto, ya que el anterior de la serie es el L16 con solamente 16 grados de libertad, que son insuficientes para este ejemplo.

Utilizando sólo Tratamiento Simulado (definiendo los factores con dos niveles como factores a tres niveles), se requieren veinte grados de libertad:

Factores con dos niveles:  $gl. = 6 \times 1 = 6$

Factores con tres niveles:  $gl. = 4 \times 2 = 8$

Niveles simulados:  $gl. 6 \times 1 = 6$

Total =  $gl. = 20$

Se debería utilizar un L27.

El Método de la columna Inactiva <sup>(31)</sup> sólo requiere 15 grados de libertad:

Factores con dos niveles:  $gl. = 6 \times 1 = 6$

Factores con tres niveles:  $gl. = 4 \times 2 = 8$

Columna Inactiva:  $gl. 1$

Total =  $gl. = 15$

Entonces trabajando con un L16 se puede obtener una alternativa más eficiente que los métodos antes vistos.

Si se tiene, por ejemplo, dos factores A y B con tres niveles, y dos factores C y D con dos niveles, lo primero que se debe determinar son los grados de libertad para seleccionar el Arreglo Ortogonal más apropiado:

Factores con dos niveles:  $gl. 2 \times 1 = 2$

Columna inactiva:  $gl = 1$

Factores con tres niveles:  $gl = 2 \times 2 = 4$

Total:  $gl = 7$

Como se necesitan 7 grados de libertad es conveniente la utilización de un A.O L8.

Se construye el gráfico lineal, donde la columna 1 que es inactiva, está conectada a los factores con tres niveles <sup>(14)</sup>.

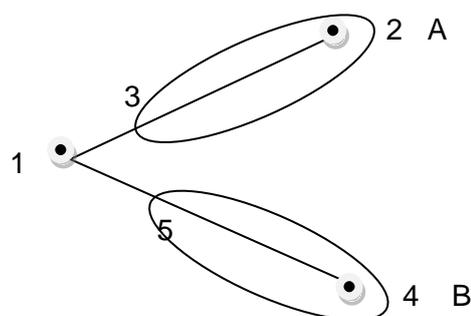


Figura 16. Gráfico con Columna Inactiva

Como para cada uno de estos factores se necesitan dos grados de libertad, y cada columna tiene sólo uno, con las elipses se indica que al factor A se le asignarán las columnas 2 y 3, y al factor B la 4 y la 5.

Se realiza entonces la correspondiente asignación de factores al Arreglo Ortogonal:

Tabla 30. Arreglo ortogonal para Columna Inactiva

	Inactiva	A	A	B	B	C	D
	Columna						
<b>Ensayo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Se redefinen los niveles de las columnas que se utilizan para los factores con tres niveles, y se usa Tratamiento Simulado sobre el cuarto nivel:

Tabla 31. Arreglo Ortogonal para Columna Inactiva con Tratamiento Simulado

	Inactiva		A		B	C	D		
	Columna								
Ensayo	1	2	3		4	5		6	7
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2
3	1	2	2	2	1	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	2'	1	2	2'	1	2
6	2	1	2	2'	2	1	3	2	1
7	2	2	1	3	1	2	2'	2	1
8	2	2	1	3	2	1	3	1	2

El análisis de un factor asociado a una columna inactiva, por ejemplo el factor A, se realiza en dos partes:  $SQ_{A(1-2)}$  y  $SQ_{A(2'-3)}$  para tener una estimación del efecto del factor A. El efecto total  $SQ_A$  no puede obtenerse pues en la columna inactiva se mezclan partes de efectos de factores asociados a ella, entre ellos del factor A, que no pueden estimarse; más efectos del error.

Además, por lo anterior, es conveniente no atribuirle ningún factor a la columna inactiva.

## 6. POTENCIA DE LOS ARREGLOS ORTOGONALES

Cuando se plantea una Hipótesis Estadística se pueden tomar dos decisiones: rechazarla o no rechazarla. A su vez, una Hipótesis puede ser o no verdadera y entonces estamos ante las siguientes opciones:

Si la hipótesis es verdadera y se rechaza, se está cometiendo un error: Error de tipo I.

Si la hipótesis no es verdadera y no se rechaza, se está cometiendo un error: Error de tipo II.

Además existe otra decisión posible: Si la hipótesis no es verdadera y se rechaza: decisión correcta. Potencia de la prueba.

Lo deseable es que tanto la probabilidad de cometer un error de tipo I o de tipo II sean lo más pequeños posibles y que la Potencia sea lo más grande posible, ya que esta representa la sensibilidad que tiene la prueba para detectar los cambios que se producen en la hipótesis planteada.

Los diseños de experimentos son, en definitiva Pruebas de Hipótesis que se plantean para determinar si existe o no efecto de un factor en la variable respuesta. Los Arreglos Ortogonales son una manera diferente de plantear un Diseño de Experimentos, pero que en definitiva mantiene la esencia de estos. Por lo tanto sería deseable que la Potencia de los Arreglos Ortogonales sea lo más alta posible.

### 6.1. Objetivos

El objetivo de este capítulo es cuantificar la potencia de los Arreglos Ortogonales más utilizados para dos y tres niveles y determinar el número de repeticiones más conveniente, que permita mayor seguridad en los resultados obtenidos.

### 6.2. Metodología en la Investigación

Para esta investigación se utilizó el Método de Simulación Monte Carlo. Se probó para Arreglos Ortogonales L4, L8, L16 con dos y tres repeticiones.

Para un L8, con dos repeticiones se elige un factor que se va alejando de un valor determinado del promedio del resto de los factores. Este alejamiento se mide en términos de desvío estándar respecto al valor promedio.

La simulación se realizó para una población normal, tomándose valores al azar. Así para un L8 con dos repeticiones la simulación brindó 16 valores, 8 para cada ensayo, con dos réplicas.

Un contador va acumulando, ante cada prueba si fue o no significativa, la simulación se repitió 10000 veces. El cociente del número de veces que fue significativo y el número total de simulaciones da por resultado la potencia de la prueba.

### 6.3. Verificación del Modelo

Un control de la buena actuación del modelo se obtuvo cuando se ordenó en la simulación alejamientos del factor cero, es decir, todo era una sola población. En

este caso, el porcentaje de rechazo debe oscilar alrededor de 0.05 que es el nivel de significación elegido para realizar la prueba.

#### 6.4. Precisión de los resultados

La precisión en los resultados aumenta con el tamaño de muestra, para este caso similar al número de simulaciones.

Los Intervalos de Confianza para cada caso, son muy pequeños.

#### 6.5. Resultados

Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 32. Planificación de la experimentación

Arreglo	Repeticiones	Separación de Medias en Desvíos Estándar						
		0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
L4	2	5	9	19	38	57	74	88
	3	5	11	32	61	85	96	99
L8	1	5	9	19	36	57	75	88
	2	5	15	42	74	94	99	99
	3	5	21	64	93	99	99	99
L16	1	5	15	45	79	95	99	99
	2	5	27	75	98	99	99	99
	3	5	38	92	99	99	99	99

Los resultados se presentan en porcentaje. Como puede observarse a medida que aumenta el número de repeticiones la potencia de la prueba aumenta y se encuentra en el orden del 99 %, lo cual representa una seguridad muy alta en el método.

#### 6.6. Potencia de los Arreglos Ortogonales para tres niveles.

Para determinar la potencia de los Arreglos Ortogonales de la serie  $3^n$  se procedió de la siguiente manera, para un nivel del factor en estudio se determina una media  $\mu$  y los valores medio para los otros niveles del factor se fija en  $\mu + a\sigma$  siendo  $a$  un número real. Luego se realiza un conteo de la cantidad de veces que el análisis detecta los cambios, es decir, cuando el factor es significativo, se lo divide por el total de veces que se realizan las simulaciones y se obtiene así la potencia de la prueba. En la tabla se muestran los desplazamientos para las

medias de uno y otro nivel del factor A, por ejemplo un desplazamiento 0.5 /1 significa que la media para un nivel se ubica en  $\mu + 0.5\sigma$  y para el otro nivel en  $\mu + 1\sigma$ . A continuación se presentan los resultados obtenidos en la simulación:

Tabla 33. Resultados de la experimentación

Alejamiento	1 repetición.	2 repetición.	3 repetición.	4 repetición.
0/0	0.05	0.05	0.05	0.05
0/0.5	0.08	0.11	0.16	0.19
0.5/1	0.13	0.25	0.38	0.52
1/1	0.16	0.29	0.51	0.66
0.5/1.5	0.24	0.51	0.76	0.89
1/1.5	0.25	0.50	0.76	0.87
1 / 2	0.39	0.76	0.94	0.99
0.5/2	0.40	0.78	0.96	0.99
0.5/2.5	0.60	0.94	0.99	0.99

Como se puede observar cuando no hay desplazamientos la potencia es de 0.05 que es el nivel de significación que se eligió para la prueba, mientras que, a medida que aumentan los desplazamientos el valor de la potencia aumenta, en especial, y como era de prever, a medida que se aumenta el número de réplicas por ensayo.

## 7. SEÑAL-RUIDO

En cualquier proceso de producción, sin importar su buen diseño o mantenimiento cuidadoso, siempre existirá cierto grado de variabilidad inherente o natural. Dos productos generados con una misma máquina, un mismo turno, un mismo operario y la misma materia prima, serán en apariencia iguales pero bastará utilizar instrumentos precisos de medición para comprobar la diferencia entre ambos.

Si los procesos de producción son de calidad, sería de esperar que los productos o servicios resultantes también lo sean. La variabilidad en los procesos de producción es uno de los principales motivos que provocan una baja de la calidad, y es por ello que los esfuerzos de toda organización están orientados a

controlarla o reducirla con el objetivo de que los procesos se estabilicen siendo de esta manera predecible la calidad de los productos.

Un Sistema ideal de Control de un proceso pretende conocer con una cierta exactitud cómo cada variable del mismo afecta la característica de calidad del producto o servicio producido, permitiendo además, manipular o ajustar esas variables y ser capaz de predecir los cambios en las características de calidad.

Una vez que se sabe que el producto o servicio responde a las necesidades del cliente, la preocupación básica es mantener el proceso bajo control. En este punto, en realidad, lo que se busca es reducir la variabilidad que caracteriza al proceso en análisis. En muchas ocasiones en que no es posible determinar la capacidad de los procesos, la variabilidad de los productos resultantes es una manera indirecta de determinar cuán bien está respondiendo el proceso de producción.

El Diseño de Experimentos es una técnica útil para mejorar los productos o procesos pues permite ajustar la media de los mismos al valor ideal. Los Arreglos Ortogonales de Taguchi proveen una herramienta útil para conseguir este fin. Pero, a pesar de ser un instrumento poderoso, no alcanza para asegurar la calidad, ya que debe reducirse, además, las variaciones respecto al ideal.

## 7.1. Índice de Señal – Ruido

### 7.1.1. Generalidades

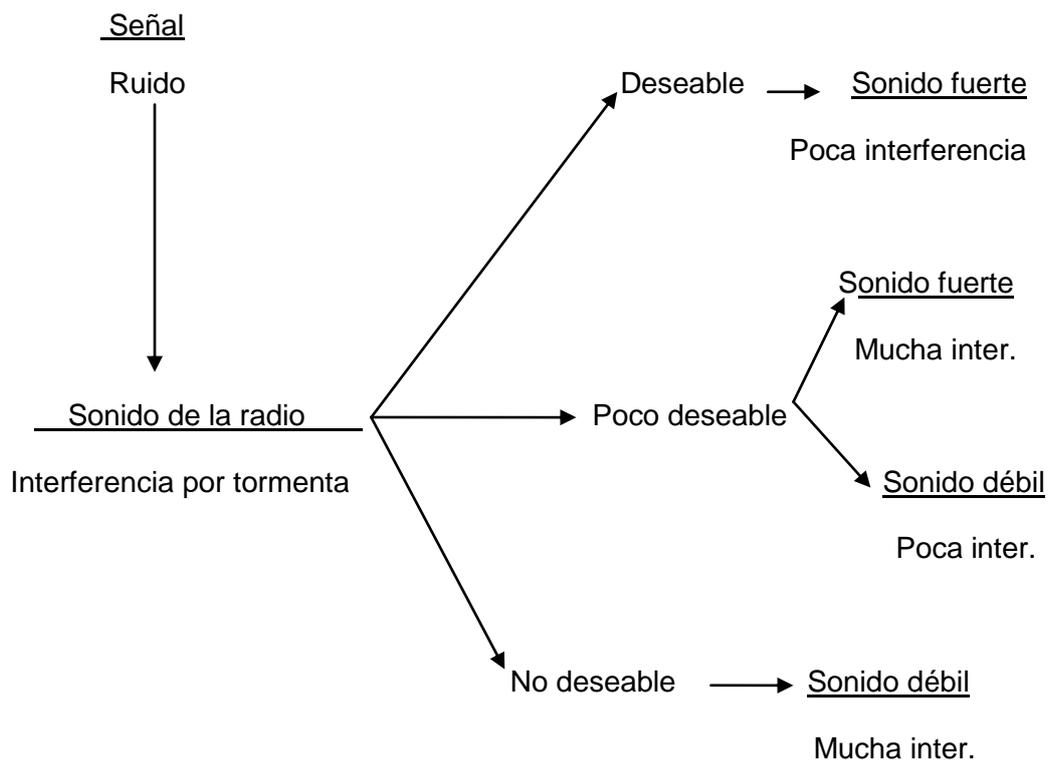
El índice de la Señal – Ruido es una de las mayores contribuciones de Taguchi a la Ingeniería para la Calidad <sup>(46)</sup>. Se la nota como S/R, y su unidad de medida es el decibel (db). Es un índice que se utiliza para determinar si un producto o proceso es robusto, es decir, si mantiene su capacidad ante el efecto de los factores de ruido y, por lo tanto, es esencial en el diseño de parámetros. La relevancia de la ecuación de la S/R radica en la interpretación de la señal (el numerador) como la habilidad del proceso de construir buenos productos o que funcionen correctamente. Incluyendo los factores de ruido en el denominador, podemos interpretar el índice de la S/R como la capacidad del sistema de funcionar en forma correcta en relación a los efectos de los factores de ruido.

Los factores de control que contribuyen a la reducción de la variación pueden ser identificados observando la variación entre distintas repeticiones de un

ensayo. El Dr. Taguchi creó una transformación de los datos de las repeticiones en un único valor: S/R, que representa la medida de la variación existente.

Como el índice es una medida de performance se desea que sea lo más alta posible.

Para presentar el índice y determinar cómo es la lógica de su funcionamiento supóngase que se tiene la siguiente situación:



El índice de S/R se calcula a partir de un conjunto de datos, por lo tanto, si dos conjuntos de datos provienen de la misma población los índices que se formulan a partir de ellos pueden ser comparados.

### 7.1.2. Ecuaciones para calcular la Señal – Ruido

De acuerdo a las particularidades de la característica de calidad (medible) existen tres fórmulas para calcular el índice de Señal – Ruido <sup>(31)</sup>.

- Menor es el mejor

La ecuación del índice de S/R para cuando Menor es el Mejor está dada por:

$$S/R = -10 \log \left( \frac{y_1^2 + \dots + y_n^2}{n} \right)$$

Ecuación 34. Señal – Ruido para Menor es el Mejor

- Mayor es el Mejor

$$S/R = -10 \log \left( \frac{\frac{1}{y_1^2} + \dots + \frac{1}{y_n^2}}{n} \right)$$

Ecuación 35. Señal – Ruido para Mayor es el Mejor

- Ideal es el Mejor

$$S/R = 10 \log \left( \frac{SQ_M + Ve}{Ve} \right)$$

Ecuación 36. Señal – Ruido para Ideal es el Mejor

Donde

n = tamaño de la muestra

$$SQ_M = \frac{T^2}{n} = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n y_i) \quad y_i: i\text{-ésima observación}$$

Ve = varianza del error

Mediante esta última fórmula se van a poder obtener no solo los factores que van a ser significativos para reducir la variación, sino también aquellos que van a llevar el valor medio de la característica de calidad a su valor ideal.

- Medida de la S/R para Ideal es el Mejor considerando sólo la varianza

$$S/R = -10 \log Ve$$

En este caso sólo van a poder obtenerse los factores que influirán en la variación del proceso.

El Diseño de Experimentos permite determinar cuáles de los factores son significativas para llevar el valor medio al ideal buscado. El análisis de la S/R permitirá determinar cuáles de los factores son significativos para reducir la variabilidad del proceso. Luego, los factores de control se pueden clasificar de la siguiente manera:

Factores de tipo I: factores que tienen influencia sobre la variación.

Factores de tipo II: factores que tienen influencia sobre la media del proceso.

Factores de tipo III: factores que tienen influencia tanto en la media como en la variabilidad del proceso.

Factores de tipo IV: no tienen influencia ni sobre la media ni sobre la variabilidad del proceso.

El primer paso en cualquier plan de mejora de los productos o procesos es reducir la variación, es decir, determinar los factores que son significativos para reducir la variabilidad o mantener la variabilidad en niveles bajos, luego se debe ajustar la media de calidad al valor ideal tratando de no modificar la variación ya reducida.

Teniendo en cuenta la estrategia elegida, clasificar a los factores de control en las cuatro clases definidas a priori es esencial para la mejora de los productos o procesos. Se identifican primero los que afectan la variabilidad y los que afectan tanto a la media como a la variabilidad, es decir, los del tipo I y III. Se eligen los niveles óptimos para ellos y luego se estudian los factores que afectan sólo a la media del proceso para ajustarlos de manera tal que el proceso o producto se pueda acercar al valor ideal.

En cuanto a los factores de tipo IV se establecen los niveles más económicos o de más fácil implementación.

## 7.2. Métodos para determinar los factores significativos para reducir la variabilidad

El Dr. Taguchi propone tres métodos para determinar cuáles son los factores que permiten reducir la variabilidad de los productos o procesos.

### 7.2.1. Repeticiones Simples

Mediante este método se puede determinar los factores que serán significativos para reducir la variabilidad mediante las repeticiones que se puedan realizar de los ensayos <sup>(22)</sup>.

Este método utiliza la variabilidad entre las repeticiones de un mismo ensayo para analizar el efecto del ruido sobre la característica de calidad observable sobre el experimento.

Supóngase que la experiencia se estructura de la siguiente manera:

Tabla 34. Arreglo Ortogonal

Ensayo $n^o$	Factores de Control e interacciones			Datos experimentales
	A	B	C.....	
1	1	1	1.....	$y_{11}$ $y_{12}$ ..... $y_{1n}$
2			.....	$y_{21}$ $y_{22}$ ..... $y_{2n}$
3			.....	
..			.....	.....

Los factores de control se distribuyen en las columnas del A.O como en se vio en los capítulos anteriores, replicándose n veces cada ensayo.

Es obvio que, a pesar de que los datos obtenidos en cada ensayo se realizaron bajo las mismas condiciones, los valores  $y_{i1}, \dots, y_{in}$ , para  $1 \leq i \leq m$ , no van a ser idénticos ya que serán influenciados por efectos de ruido provocando la variabilidad entre las observaciones.

#### 7.2.1.1. Análisis de la variabilidad

La relación S/R consiste en un resultado que concentra las repeticiones y el efecto de los niveles de los factores sobre la variación en un único valor observado. Una vez que se determinó cuál es la particularidad de la característica de calidad, menor es el mejor, mayor es el mejor o ideal es el mejor se procede a realizar el cálculo de la S/R para cada ensayo obteniéndose así un único valor para cada ensayo.

Luego se realiza una ANOVA con estos valores y se determina los factores significativos.

Para elegir los niveles óptimos que tendrán los factores para reducir la variación se debe tener en cuenta que la S/R es un índice de performance y por lo tanto debe ser lo más alto posible. Luego, se elige el nivel que hace a la S/R máxima.

## 7.2.2. Experimento de Arreglo Ortogonal Interno/Externo

### 7.2.2.1. Generalidades

En todo proceso de producción existen factores externos al mismo que producen variación en la calidad del producto o proceso. Eliminar estos factores no es posible y por lo tanto el único camino razonable para reducir la variabilidad es determinar los niveles óptimos de los factores de control para hacer un proceso o producto “Robusto”, es decir, un producto o proceso tal que la característica de calidad se mantenga invariante ante el accionar de los factores de ruido.

Se deben identificar los factores de control y ubicarlos de la manera habitual en un A.O llamado “Interno”. Luego, se incorporan los factores de ruido en otro Arreglo Ortogonal llamado “Externo” <sup>(35)</sup>.

Tabla 35. Arreglo ortogonal Interno/Externo

		Factores de Control			Factores de ruido	
					O	N
Ensayo	A	B	C	.....	1	.....
1	1	1	.....		1	.....
2	.	.	.....		1	.....
3	.	.	.....		1	.....
.	.	.	.....			
					Resultados Experimentales	

El número de experimentos se determina de acuerdo a los Arreglos elegidos, y a su vez se pueden realizar réplicas para cada uno de ellos, así por ejemplo, si se tienen tres factores de control y otros tres de ruido, suponiendo que existe efecto de las interacciones para los factores de control pero no para los de ruido, se tiene el siguiente A.O interno externo:

Tabla 36. Arreglo ortogonal Interno/Externo

Factores de Control								Factores de ruido				
A B AB C AC BC ABC								O				
Ensayo								N				
								M				
1	1	1	1	1	1	1	1	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{14}$	
2	1	1	1	2	2	2	2	$y_{21}$	$y_{22}$	$y_{23}$	$y_{24}$	
3	1	2	2	1	1	2	2	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{33}$	$y_{34}$	
4	1	2	2	2	2	1	1	$y_{41}$	$y_{42}$	$y_{43}$	$y_{44}$	
5	2	1	2	1	2	1	2	$y_{51}$	$y_{52}$	$y_{53}$	$y_{54}$	
6	2	1	2	2	1	2	1	$y_{61}$	$y_{62}$	$y_{63}$	$y_{64}$	
7	2	2	1	1	2	2	1	$y_{71}$	$y_{72}$	$y_{73}$	$y_{74}$	
8	2	2	1	2	1	1	2	$y_{81}$	$y_{82}$	$y_{83}$	$y_{84}$	

Así por ejemplo la observación  $y_{42}$  corresponde a la combinación:

A nivel 1, B nivel 2, C nivel 2, M nivel 1, N nivel 2, O nivel 2

Luego habría que realizar 24 experiencias y el doble si se quisiera tener de cada una de ellas dos réplicas.

Puede observarse que tanto en el A.O Interno como en el Externo pueden considerarse factores con dos, tres o factores con niveles múltiples.

#### 7.2.2.2. Análisis de la variabilidad

Para cada ensayo se calcula el índice de S/R de acuerdo a las características de la variable en cuestión (Mayor es el Mejor, Menor es el Mejor o Ideal es lo Mejor). Luego con los valores de la S/R se realiza el ANOVA correspondiente. Como existe una única observación para realizar el ANOVA correspondiente se recurre al criterio de pooling para determinar los grados de libertad del Error.

Tabla 37. Análisis de la S/R

Ensayo	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	Datos				S/R
1	1	1	1	1	1	1	1	y <sub>11</sub>	y <sub>12</sub>	y <sub>13</sub>	y <sub>14</sub>	S/R <sub>1</sub>
2	1	1	1	2	2	2	2	y <sub>21</sub>	y <sub>22</sub>	y <sub>23</sub>	y <sub>24</sub>	S/R <sub>2</sub>
3	1	2	2	1	1	2	2	y <sub>31</sub>	y <sub>32</sub>	y <sub>33</sub>	y <sub>34</sub>	S/R <sub>3</sub>
4	1	2	2	2	2	1	1	y <sub>41</sub>	y <sub>42</sub>	y <sub>43</sub>	y <sub>44</sub>	S/R <sub>4</sub>
5	2	1	2	1	2	1	2	y <sub>51</sub>	y <sub>52</sub>	y <sub>53</sub>	y <sub>54</sub>	S/R <sub>5</sub>
6	2	1	2	2	1	2	1	y <sub>61</sub>	y <sub>62</sub>	y <sub>63</sub>	y <sub>64</sub>	S/R <sub>6</sub>
7	2	2	1	1	2	2	1	y <sub>71</sub>	y <sub>72</sub>	y <sub>73</sub>	y <sub>74</sub>	S/R <sub>7</sub>
8	2	2	1	2	1	1	2	y <sub>81</sub>	y <sub>82</sub>	y <sub>83</sub>	y <sub>84</sub>	S/R <sub>8</sub>

La tabla de ANOVA es la siguiente:

Tabla 38. Resolución del ANOVA

Fuente de variación	Gl	Suma de Cuadrados
A	1	
B	1	
AB	1	
C	1	
AC	1	
BC	1	
ABC	1	

Es necesario determinar para cada factor el nivel óptimo, es decir aquel que haga más robusto al producto o proceso. Para ello se procede como en el Método de Repeticiones simples eligiendo el nivel que haga máximo el índice de S/R.

#### 7.2.2.3. Análisis de la respuesta media

Si se considera la tabla:

Tabla 39. Análisis de la Respuesta Media

Ensayo	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	Datos			
1	1	1	1	1	1	1	1	y <sub>11</sub>	y <sub>12</sub>	y <sub>13</sub>	y <sub>14</sub>
2	1	1	1	2	2	2	2	y <sub>21</sub>	y <sub>22</sub>	y <sub>23</sub>	y <sub>24</sub>
3	1	2	2	1	1	2	2	y <sub>31</sub>	y <sub>32</sub>	y <sub>33</sub>	y <sub>34</sub>
4	1	2	2	2	2	1	1	y <sub>41</sub>	y <sub>42</sub>	y <sub>43</sub>	y <sub>44</sub>
5	2	1	2	1	2	1	2	y <sub>51</sub>	y <sub>52</sub>	y <sub>53</sub>	y <sub>54</sub>
6	2	1	2	2	1	2	1	y <sub>61</sub>	y <sub>62</sub>	y <sub>63</sub>	y <sub>64</sub>
7	2	2	1	1	2	2	1	y <sub>71</sub>	y <sub>72</sub>	y <sub>73</sub>	y <sub>74</sub>
8	2	2	1	2	1	1	2	y <sub>81</sub>	y <sub>82</sub>	y <sub>83</sub>	y <sub>84</sub>

Con esta tabla se realiza el análisis de la respuesta media como se hizo en los capítulos anteriores considerando para este caso cuatro réplicas para cada ensayo.

#### 7.2.2.4. Análisis de la Interacción de los factores de Control con los factores de Ruido.

Utilizando los resultados obtenidos en los ensayos del A.O Interno Externo, y reestructurando la tabla es posible evaluar la interacción entre los factores de Control y de Ruido. Por ejemplo, si se quisiera estudiar la interacción entre los factores A (control) y M (ruido), se realiza un A.O L4 de la siguiente manera:

Tabla 40. Análisis de la Interacción de los factores de Control y de Ruido

Ensayo	A	M	AM	Datos							
1	1	1	1	y <sub>11</sub>	y <sub>12</sub>	y <sub>21</sub>	y <sub>22</sub>	y <sub>31</sub>	y <sub>32</sub>	y <sub>41</sub>	y <sub>42</sub>
2	1	2	2	y <sub>13</sub>	y <sub>14</sub>	y <sub>23</sub>	y <sub>24</sub>	y <sub>33</sub>	y <sub>34</sub>	y <sub>43</sub>	y <sub>44</sub>
3	2	1	2	y <sub>51</sub>	y <sub>52</sub>	y <sub>61</sub>	y <sub>62</sub>	y <sub>71</sub>	y <sub>72</sub>	y <sub>81</sub>	y <sub>82</sub>
4	2	2	1	y <sub>53</sub>	y <sub>54</sub>	y <sub>63</sub>	y <sub>64</sub>	y <sub>73</sub>	y <sub>74</sub>	y <sub>83</sub>	y <sub>84</sub>

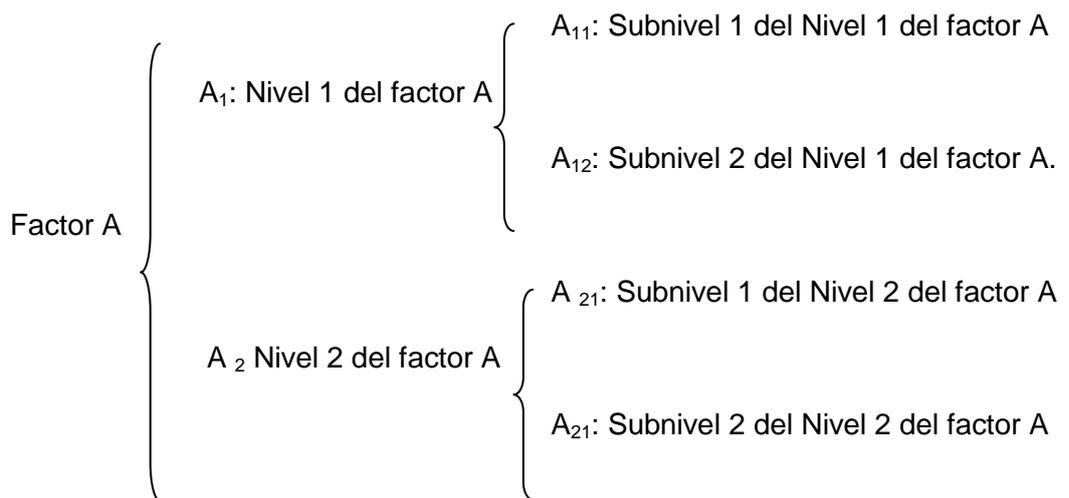
Luego, se tiene un A.O con 8 réplicas para cada ensayo. Se procede manera similar a la vista hasta el momento.

### 7.3. Experimento Alternativo de Arreglo Ortogonal Interno/Externo

En todo proceso de producción existen circunstancias que provocan que los niveles de los factores de control no se mantengan constantes a lo largo del proceso. Esto podría provocar una variación en la calidad de los productos o procesos bajo estudio. El objetivo de la experimentación consiste en determinar el mejor nivel de los factores de control que hagan robusto al producto o proceso ante el ruido provocado por esta variabilidad en los niveles de los factores de control <sup>(22)</sup>.

Para ello lo que se hace es provocar intencionalmente la variación en los niveles del factor de la siguiente manera:

Supóngase que se tienen tres factores de control, A, B y C todos a dos niveles. Cada nivel del factor, es a su vez diferenciado en dos subniveles:



De manera análoga se procede con los demás factores, B y C.

Luego se realiza un Arreglo similar al Alternativo Interno – Externo, poniendo en el Arreglo interno los factores de control A, B, C y en el externo, donde deberían estar los de ruido, a los subniveles de los factores de la siguiente manera:

Tabla 41. Arreglo Ortogonal Alternativo Interno/Externo

Factores de Control								Factores de ruido							
Ensayo	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	C	B	A					
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	y <sub>11</sub>	y <sub>12</sub>	y <sub>13</sub>	y <sub>14</sub>
2	1	1	1	2	2	2	2	1	2	1	2	y <sub>21</sub>	y <sub>22</sub>	y <sub>23</sub>	y <sub>24</sub>
3	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	y <sub>31</sub>	y <sub>32</sub>	y <sub>33</sub>	y <sub>34</sub>
4	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	y <sub>41</sub>	y <sub>42</sub>	y <sub>43</sub>	y <sub>44</sub>
5	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	y <sub>51</sub>	y <sub>52</sub>	y <sub>53</sub>	y <sub>54</sub>
6	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	y <sub>61</sub>	y <sub>62</sub>	y <sub>63</sub>	y <sub>64</sub>
7	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	y <sub>71</sub>	y <sub>72</sub>	y <sub>73</sub>	y <sub>74</sub>
8	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	2	y <sub>81</sub>	y <sub>82</sub>	y <sub>83</sub>	y <sub>84</sub>

Así, por ejemplo en el ensayo 5 el dato  $y_{52}$  corresponde a: Factor A en el subnivel 1 del nivel 2; B en el subnivel 2 del nivel 1 y C en el subnivel 2 del nivel 1.

Una vez realizada la experimentación se procede para su análisis como en el Arreglo Interno-Externo, es decir, primero se realiza el Análisis de la Señal-Ruido para determinar los factores que son significativos para la variabilidad, procediéndose a buscar el nivel óptimo para los mismos. Luego se realiza el Análisis para optimizar la respuesta media, buscándose también los mejores niveles para ellos.

## 8. ANALISIS DE ARREGLOS ORTOGONALES CON DATOS FALTANTES

Hasta el momento se ha realizado el análisis de los Diseños balanceados, es decir, diseños en los cuales todos los ensayos tienen el mismo número de

réplicas. En este capítulo se realizará el desarrollo de técnicas que permitan estimar valores faltantes, es decir, cuando por algún motivo en especial ya sea porque algún ensayo no puede realizarse o algún dato se ha perdido, el Diseño es desbalanceado, o sea los ensayos no tienen el mismo número de repeticiones <sup>(46)</sup>.

### 8.1. Diseños en los que falta un dato

El método más utilizado en la bibliografía de los Arreglos Ortogonales para estimar un dato faltante es un método iterativo que se realiza en cuatro etapas:

- 1) Primera etapa: en esta primera etapa se coloca en el lugar del dato faltante el promedio, T, de los datos que se ubican en su misma columna.
- 2) Segunda etapa: Se resuelve el Arreglo Ortogonal de la manera habitual, determinando los factores significativos y sus niveles óptimos.
- 3) Se estima nuevamente el dato faltante colocando los factores significativos en el nivel de los factores en el ensayo faltante, llamándolo  $y_{faltante}$  de la siguiente manera:

$$Y_{faltante} = T + \sum(\text{Factor significativo}_{\text{nivel óptimo}} - T)$$

Ecuación 37. Fórmula para un dato faltante.

- 4) Con esta nueva estimación del dato faltante se realiza nuevamente el cálculo de los factores significativos, hasta que este valor converja hacia un valor particular. Generalmente es necesario tres o cuatro iteraciones para estabilizar el valor buscado.

Observación: si alguna de las interacciones de dos factores es significativa entonces el dato  $y_{faltante}$  se calcula de la siguiente manera:

$$Y_{faltante} = T + \sum(\text{Factor significativo}_{\text{nivel óptimo}} - T) + [(\text{Interacción}_{\text{óptimo}} - T) - (\text{Factor}_{\text{óptimo}} - T) - (\text{Factor}_{\text{óptimo}} - T)]$$

Ecuación 38. Fórmula para un dato faltante.

Si el efecto de los factores que intervienen en la interacción no son restados éstos serían incluidos dos veces en la estimación.

## 8.2. Diseños con datos no factibles de obtener

Un segundo caso es el que corresponde a Diseños dónde determinados datos no se pueden obtener, ya sea porque la combinación correspondiente de los factores produce un resultado “pobre” o bien porque este no es de utilidad. De esta manera hay un ensayo (en el Arreglo ortogonal sería toda una fila) con una experiencia no factible y en la matriz datos no posibles. El problema en este caso es encontrar una técnica que permita evaluar el efecto de los factores en este diseño desbalanceado. Para ello se deben estimar estos datos faltantes reflejando el efecto de los factores.

Los datos no factibles de obtener son, en general, afectados por mucha variabilidad, y ocasionalmente por “ruido” desproporcionado. En el caso de trabajar con Señal-Ruido, se estaría en un valor muy bajo.

En esta sección se determinará la manera de estimar estos factores de acuerdo a los tres casos de análisis de la variable respuesta: Menor es el mejor, Mayor es el mejor e Ideal es el mejor.

### 8.2.1. Menor es el Mejor

Para este caso los niveles que dan los más altos valores de Señal-Ruido son los elegidos para esos factores ya que determinarán la mejor combinación de factores que harán al producto o proceso mejor y más robusto. Los niveles que den una Señal-Ruido más bajo determinarán la peor combinación de factores respecto a la variable respuesta elegida.

La manera de reemplazar un ensayo no factible de realizar es utilizar esta “mala combinación” de los factores, es decir, los que determinan la Señal-Ruido más baja, para reflejar que esta experiencia fue significativamente mala respecto al resto de las otras posibles combinaciones de factores (se considera que tres decibeles de diferencia representan una “diferencia significativa” en relación a la señal-Ruido). Luego, se asigna a este experimento el valor más bajo de Señal-Ruido menos tres.

Los pasos a seguir son:

- a) Determinar la Señal-Ruido de todas las filas en las que no se tienen problemas.
- b) Elegir la Señal-Ruido más baja y restarle tres decibeles.
- c) Reemplazar la Señal-Ruido que correspondía a este ensayo por el valor obtenido en b).
- d) Realizar el análisis de Señal-Ruido como se hace habitualmente.

### 8.2.2. Mayor es el mejor

La metodología a utilizar es similar a la anterior, pero utilizando las ecuaciones de S/R para Mayor es el Mejor. La S/R deberá ser menor ante la presencia de imposibilidad de obtener datos. Se busca la S/R y se le resta 3, y este dato es el que se utiliza como reemplazo del dato faltante.

Si faltan más de un dato se busca en esa columna el valor más bajo y luego se reemplazan los datos faltantes por:

$$y_{\text{faltante}} = y_{\text{mínimo}} - \frac{(T - y_{\text{mínimo}})}{3}$$

Ecuación 39. Fórmula para un dato faltante

### 8.2.3. Ideal es el Mejor

El tratamiento de datos faltantes para el caso de Ideal es el Mejor es más complicado que en los casos anteriores, ya que en ellos se podía recurrir al auxilio de la S/R.

Si se utiliza el método anterior sería:

$$S/R_{\text{faltante}} = S/R_{\text{mínima}} - 3$$

Esta fórmula provee una estimación por cambios en la variación que podría estar por encima o por debajo del valor ideal. Para tener una idea más acabada de cuál es la situación se debe recurrir al personal que tiene conocimiento del producto o proceso. Si se considera que se está por encima del valor ideal se recurre a la siguiente ecuación:

$$y_{\text{faltante}} = y_{\text{máximo}} - \frac{(y_{\text{máximo}} - T)}{3}$$

Ecuación 39. Fórmula para un dato faltante

Donde T es el promedio de los datos de las restantes experiencias.

Mientras que si se considera que se está por debajo del valor ideal se realiza la siguiente ecuación:

$$y_{\text{faltante}} = y_{\text{mínimo}} - \frac{(T - y_{\text{mínimo}})}{3}$$

Ecuación 40. Fórmula para un dato faltante

Si el conocimiento sobre el proceso o producto es insuficiente, se debería recurrir a la realización de experiencias adicionales recurriendo a un cambio leve en los niveles de los factores en el caso de ser continuos y en la repetición de los niveles para el caso de los discretos.

## 9. COMPARACIÓN DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS CLÁSICO Y EL DISEÑO DE TAGUCHI

El Diseño de Experimentos era una herramienta conocida en el ámbito agrícola, pero desconocido en la industria. A partir de la década del 80 se hace conocido el trabajo que Dr. Taguchi venía desarrollando en Japón desde mucho tiempo atrás. A partir de esto comienza un amplio debate sobre la eficiencia de los métodos empleados por él y su comparación con el diseño clásico de Fisher.

Es más, en el momento en que se conocen las Técnicas del Dr. Taguchi se realizan varios paneles de discusión con catedráticos reconocidos y profesionales de empresas tendientes a dilucidar las ventajas y desventajas de estos nuevos métodos.

### 9.1. Comparación de los métodos

El Diseño de Experimento Clásico y el Diseño de Experimentos que desarrolla el Dr. Taguchi tienen en común que trabajan con muchos factores de entrada (de control y de ruido) que afectan a una variable medible de salida que es la característica de calidad que se utiliza para estudiar el producto o el proceso.

Una de las principales diferencias que existen entre la implementación del diseño de Experimentos en el Método Clásico y el Método de Taguchi, es la forma en que se tratan las interacciones. Mientras que en el Método Clásico todas las interacciones son evaluadas en el modelo, el Método de Taguchi propone

incorporar sólo aquellas que los expertos en el tema consideran que pueden influir en la variable respuesta. Esta manera de incorporar las interacciones tiene sustento en otras diferencias entre ambos métodos, mientras que en el Método de Taguchi se supone que aquellos que implementan el Diseño de Experimentos tienen conocimiento sobre el problema en cuestión para los usuarios del Método Clásico se supone que no hay conocimiento sobre el proceso o producto. Además, el Método de Taguchi fue presentado por ingenieros y no por científicos como en el Método Clásico, haciendo que el planteo y la resolución sea mucho más práctico.

Otra diferencia fundamental entre ambos métodos es la utilización de la Señal – Ruido por parte del Dr. Taguchi para detectar aquellos factores que poseen influencia sobre la variabilidad del proceso o producto. El Método Clásico involucra todos los factores, ya sean de control como de ruido, en un mismo análisis, pudiéndose evaluar sólo la influencia de estos en la respuesta media.

## 9.2. El tratamiento de las interacción

Uno de los cargos que se le hacen al Dr. Taguchi es no tener en cuenta en sus análisis las interacciones entre los factores, en realidad Taguchi propone que éstas no formen parte de la experimentación cuando la experiencia de los expertos en el producto o proceso determinen que no tienen influencia en la variable respuesta. En caso contrario, recomienda que las interacciones formen parte del análisis.

## 9.3. La incorporación de los factores de ruido mediante el Arreglo Ortogonal Externo.

Otra de las críticas que ha recibido el Dr. Taguchi es el análisis de la Señal/Ruido a través del Método de Arreglo Interno – Externo. Montgomery en su exposición en el panel de discusión <sup>(41)</sup> sugiere que se incorporen los factores de ruido al diseño junto a los factores de control. A través del siguiente ejemplo se puede concluir que el uso de las técnicas de Taguchi hace que se puedan obtener las mismas conclusiones con menos ensayos, lo que produce un ahorro de tiempo y dinero en experimentación.

Supongamos que se tienen tres factores de control A, B y C todos a dos niveles, y dos factores de ruido, M y N también a dos niveles.

Si se realizara el Diseño Clásico, incorporando los dos factores de ruido al diseño junto a los tres de control, se tendría un diseño con cinco factores a dos niveles. Si se consideran dos réplicas (una cantidad mínima para realizar el análisis) se deben realizar 64 ensayos:  $2^5 = 32$ ,  $32 \times 2 = 64$ .

Si se realizar un Arreglo Interno – Externo de la siguiente manera:

Tabla 42. Arreglo Ortogonal Interno/Externo

Factores de Control								Factores de ruido								
Ensayo	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	MN	N	M						
1	1	1	1	1	1	1	1		1	2	2	1	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{14}$
2	1	1	1	2	2	2	2		1	2	1	2	$y_{21}$	$y_{22}$	$y_{23}$	$y_{24}$
3	1	2	2	1	1	2	2		1	1	2	2	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{33}$	$y_{34}$
4	1	2	2	2	2	1	1		1	2	1	1	$y_{41}$	$y_{42}$	$y_{43}$	$y_{44}$
5	2	1	2	1	2	1	2		2	2	2	1	$y_{51}$	$y_{52}$	$y_{53}$	$y_{54}$
6	2	1	2	2	1	2	1		2	1	2	2	$y_{61}$	$y_{62}$	$y_{63}$	$y_{64}$
7	2	2	1	1	2	2	1		2	2	1	1	$y_{71}$	$y_{72}$	$y_{73}$	$y_{74}$
8	2	2	1	2	1	1	2		2	1	2	2	$y_{81}$	$y_{82}$	$y_{83}$	$y_{84}$

Sólo con la realización de 32 ensayos (la mitad del requerido para el diseño Clásico), se pueden evaluar los efectos de los factores A, B, C y sus interacciones con cuatro réplicas.

Tabla 43. Arreglo Ortogonal para evaluar la media

Ensayo	A	B	AB	C	AC	BC	ABC	Datos			
1	1	1	1	1	1	1	1	Y <sub>11</sub>	Y <sub>12</sub>	Y <sub>13</sub>	Y <sub>14</sub>
2	1	1	1	2	2	2	2	Y <sub>21</sub>	Y <sub>22</sub>	Y <sub>23</sub>	Y <sub>24</sub>
3	1	2	2	1	1	2	2	Y <sub>31</sub>	Y <sub>32</sub>	Y <sub>33</sub>	Y <sub>34</sub>
4	1	2	2	2	2	1	1	Y <sub>41</sub>	Y <sub>42</sub>	Y <sub>43</sub>	Y <sub>44</sub>
5	2	1	2	1	2	1	2	Y <sub>51</sub>	Y <sub>52</sub>	Y <sub>53</sub>	Y <sub>54</sub>
6	2	1	2	2	1	2	1	Y <sub>61</sub>	Y <sub>62</sub>	Y <sub>63</sub>	Y <sub>64</sub>
7	2	2	1	1	2	2	1	Y <sub>71</sub>	Y <sub>72</sub>	Y <sub>73</sub>	Y <sub>74</sub>
8	2	2	1	2	1	1	2	Y <sub>81</sub>	Y <sub>82</sub>	Y <sub>83</sub>	Y <sub>84</sub>

El efecto de los factores M, N y su interacción con ocho réplicas:

Tabla 44. Arreglo Ortogonal para evaluar Factores de Ruido

Ensayo	M	N	MN	Datos							
1	1	1	1	Y <sub>11</sub>	Y <sub>21</sub>	Y <sub>31</sub>	Y <sub>41</sub>	Y <sub>51</sub>	Y <sub>61</sub>	Y <sub>71</sub>	Y <sub>81</sub>
2	1	2	2	Y <sub>12</sub>	Y <sub>22</sub>	Y <sub>32</sub>	Y <sub>42</sub>	Y <sub>52</sub>	Y <sub>62</sub>	Y <sub>72</sub>	Y <sub>82</sub>
3	2	1	2	Y <sub>13</sub>	Y <sub>23</sub>	Y <sub>33</sub>	Y <sub>43</sub>	Y <sub>53</sub>	Y <sub>63</sub>	Y <sub>73</sub>	Y <sub>83</sub>
4	2	2	1	Y <sub>14</sub>	Y <sub>24</sub>	Y <sub>34</sub>	Y <sub>44</sub>	Y <sub>54</sub>	Y <sub>64</sub>	Y <sub>74</sub>	Y <sub>84</sub>

Las interacciones entre los factores A y M, A y N, B y M, B y N, C y M y C y N con 8 réplicas. Por ejemplo para determinar la interacción A y N:

Tabla 45. A. O. para evaluar interacción entre factores de Control y de Ruido

Ensayo	A	M	AM	Datos							
1	1	1	1	Y <sub>11</sub>	Y <sub>12</sub>	Y <sub>21</sub>	Y <sub>22</sub>	Y <sub>31</sub>	Y <sub>32</sub>	Y <sub>41</sub>	Y <sub>42</sub>
2	1	2	2	Y <sub>13</sub>	Y <sub>14</sub>	Y <sub>23</sub>	Y <sub>24</sub>	Y <sub>33</sub>	Y <sub>34</sub>	Y <sub>43</sub>	Y <sub>44</sub>
3	2	1	2	Y <sub>51</sub>	Y <sub>52</sub>	Y <sub>61</sub>	Y <sub>62</sub>	Y <sub>71</sub>	Y <sub>72</sub>	Y <sub>81</sub>	Y <sub>82</sub>
4	2	2	1	Y <sub>53</sub>	Y <sub>54</sub>	Y <sub>63</sub>	Y <sub>64</sub>	Y <sub>73</sub>	Y <sub>74</sub>	Y <sub>83</sub>	Y <sub>84</sub>

De manera similar se pueden evaluar las otras interacciones.

Como se puede observar en todos estos casos los ANOVAS se realizan con cuatro o con ocho réplicas, lo que aumenta la potencia de la prueba.

Además se puede realizar con los 32 ensayos el Análisis de la Señal – Ruido que permitirá determinar los factores que afectan a la variación, permitiendo de esta manera obtener un proceso o producto más robusto ante el accionar de factores de ruido.

#### 9.4. Análisis del Arreglo Alternativo Interno – Externo

Uno de los inconvenientes más comunes en el desarrollo de cualquier proceso es la imposibilidad de mantener todo el tiempo, y de manera uniforme, algunos factores en un determinado nivel, por ejemplo, la temperatura de un horno para cocción de baldosas. Esto provoca que haya variaciones en estos niveles que, por la naturaleza del análisis, no pueden ser tenidos en cuenta en el Diseño Clásico. El Diseño Alternativo Interno - Externo incorpora esta variación en los niveles de los factores cuando se realizan los ensayos permitiendo encontrar los factores significativos, con sus niveles óptimos, que hacen más robusto al proceso o producto.

## **CAPITULO 5**

### *EXPERIMENTACIÓN EN LA FACULTAD*

## 1. INTRODUCCIÓN

En los laboratorios de la Universidad Tecnológica Nacional, F.R.B.B. se realizó la experimentación con los barros provenientes de la maltería del medio local para optimizar el proceso de digestión anaeróbica. Como ya se dijo en el Capítulo 1 (Presentación del Tema), estos ensayos tienen por objetivo estudiar si los factores: Relación de Carga, Catalizador, Temperatura, pH y Azúcar permiten una estabilización de los sólidos residuales y aumentar el volumen y calidad del biogás generado. No se tendrán en cuenta las interacciones entre los factores.

Las características que posee la materia prima proveniente de la maltería dan a este proceso de Digestión Anaeróbica un carácter propio que obliga a ajustar los factores y sus niveles para optimizar su desempeño.

## 2. ANTECEDENTES SOBRE EL TRATAMIENTO DE LOS RESIDUOS

Los tratamientos de residuos tienen, actualmente, varias alternativas tecnológicas cuya finalidad es disminuir su volumen y masa, mejorar su composición y facilitar su manejo.

La elección de una u otra alternativa depende de cada zona geográfica, de la calidad del producto final obtenido y del balance económico asociado. En un sistema integrado de Gestión de Residuos, las diferentes alternativas de tratamiento biológico desempeñan un papel esencial en la recuperación de energía y materia a partir de los residuos. Cualquier decisión sobre la aplicación de tratamiento biológico de residuos tiene que estar apoyada en el conocimiento de cantidades y composición de los mismos, mapa de suelos de la zona de aplicación, características de los cultivos a los que se les va a aplicar y del sistema agrícola a utilizar, climatología e hidrología.

Los procesos biológicos empleados en el tratamiento de aguas residuales, residuos y suelos contaminados son derivados de procesos que suceden en la naturaleza. El control de las condiciones ambientales de los microorganismos puede acelerar la descomposición de los residuos, independientemente de las características que posea, es decir, un proceso de tratamiento biológico consiste en controlar el ambiente necesario para el óptimo crecimiento de los microorganismos involucrados.

La llamada Digestión Anaeróbica es uno de los procesos más antiguos empleados para la estabilización de lodos concentrados generados en la depuración de aguas residuales. Debido a obstáculos normativos y a los casi nulos incentivos para los potenciales inversores, se utiliza menos del 1% del potencial energético derivado de la digestión anaeróbica. Como todos los proyectos de inversión, los digestores anaeróbicos pueden ser implementados sólo si el análisis económico demuestra que la inversión tiene un retorno favorable en un tiempo razonable, y que el proyecto tenga factibilidad de obtener las respectivas aprobaciones ambientales y sanitarias. El estudio de factibilidad económica debe comprobar la rentabilidad analizando los costos del desarrollo del proyecto, equipamiento técnico y costos de producción; desde el punto de vista de los ingresos se debe considerar la venta de energía y el ingreso por ventas de fertilizantes.

## 2.1. LA DIGESTIÓN ANAERÓBICA

La Digestión Anaeróbica es un proceso biológico mediante el cual la materia orgánica o los residuos orgánicos se descomponen en ausencia del oxígeno transformándose en biogás formado por metano y anhídrido carbónico entre otros gases principales, de acuerdo al porcentaje y al tipo de materia orgánica procesada.

La obtención de biogás por medio de la digestión anaeróbica representa un tratamiento alternativo a aquellos más convencionales, con un enorme potencial no sólo para evitar daños ecológicos, sino, también, para obtener energía de forma eficiente. El uso de técnicas de digestión anaeróbica, además de reducir emisiones de metano, conlleva a la disminución de las emisiones de amoníaco y otros gases de efecto invernadero, así como de compuestos orgánicos volátiles no metánicos y de compuestos que causan malos olores.

Cuando el proceso de Digestión está concluido el sólido que queda se denomina lodo tratado. Está formado por el resto de la materia orgánica que tiene la apariencia un humus estable y rico en nutrientes en suspensión acuosa. Los microorganismos patógenos fueron eliminados en su mayor parte, de manera tal que ya no representa peligro para la salud, siendo posible su utilización como fertilizante para aplicar a los diferentes suelos y cultivos. Se denominan biosólidos a los lodos tratados para mejorar su "imagen pública", y son excelentes fertilizantes orgánicos. En el estado líquido en que sale de los

tanques de digestión se aplica en huertos y campos de cultivos y tienen la ventaja tanto del humus como del agua rica en nutrientes. También pueden ser deshidratados en filtros de banda: el lodo residual pasa por rodillos que exprimen casi toda el agua y dejan el material orgánico en forma de una pasta de lodo semisólida, o biosólido, que es fácil de apilar, distribuir y repartir en los campos con los distribuidores de abono tradicionales <sup>(6)</sup>.

### 2.1.1. Etapas en los procesos de Digestión Anaeróbica

La transformación biológica anaeróbica de la materia orgánica se desarrolla en tres etapas. La primera consiste en una transformación controlada por enzimas extracelulares en la que, las moléculas orgánicas complejas y no disueltas, se rompen en compuestos susceptibles de emplearse como fuente de materia y energía para las células de los microorganismos. Esta fase se denomina de Hidrólisis <sup>(8)</sup>.

La segunda etapa, controlada por bacterias, consiste en la transformación de los compuestos formados en la primera etapa en otros compuestos de peso molecular intermedio como dióxido de carbono, hidrógeno, ácidos y alcoholes alifáticos, metilamina, amoníaco y sulfhídrico. A su vez, los ácidos y alcoholes se van transformando por la acción de bacterias en ácido acético, hidrógeno y monóxido de carbono. Esta etapa se denomina Acidogénesis <sup>(8)</sup>.

La tercera y última etapa consiste en la transformación bacteriana del ácido acético y del ácido fórmico en dióxido de carbono y metano y la formación de metano a partir de dióxido de carbono e hidrógeno. El metano es un gas muy insoluble. Esta etapa se denomina Metanogénesis <sup>(8)</sup>.

Al finalizar estas tres etapas se obtiene: un GAS que contiene un 55-70% de Metano, 30-40% de Dióxido de Carbono y Hidrogeno 1-3%, 2-5% de otros Gases, y un líquido conocido como Bio-Fertilizante (inodoro) que contiene 20% de Proteínas, 4% de NPK (nitrógeno, fósforo y potasio) solubles, un 14% más de Nitrógeno y 20% más de Potasio que igual mezcla de residuos procesados anaeróbicamente, y con PH de 7,5 <sup>(21)</sup>.

### 2.1.2. Agentes que llevan a cabo el proceso de Digestión Anaeróbica

Para que la materia orgánica pueda ser transformada en biogás es necesario que intervengan distintos grupos de microorganismos. Los tres tipos principales de bacterias que producen dicho proceso son las acidificantes, las acetogénicas y las metanogénicas <sup>(15)</sup>.

Las bacterias acidificantes transforman los complejos orgánicos en ácidos grasos, las proteínas son segmentadas en aminoácidos, los carbohidratos, las grasas y los aceites se convierten en azúcares y luego en ácidos grasos volátiles <sup>(27)</sup>.

Las bacterias acetogénicas utilizan los ácidos grasos volátiles y forman ácidos acético, propionico y láctico, liberando, a su vez, dióxido de carbono e hidrógeno. Las bacterias metanogénicas utilizan los ácidos que se formaron con anterioridad para producir el gas metano, su crecimiento es lento y por lo tanto el tiempo que deben estar los barros en el digestor para conseguir una adecuada estabilización de la materia orgánica es más largo <sup>(5)</sup>. Debido a esto sólo una pequeña cantidad de la materia orgánica se puede sintetizar en nuevas células lo que implica que la materia resultante del proceso está lo suficientemente estabilizada para utilizarse como fertilizante natural.

Uno de los principales inconvenientes de los tratamientos anaeróbicos es la necesidad de elevadas temperaturas para disminuir los tiempos de estadía de la materia orgánica en el digestor.

Aunque idealmente el diseño de los procesos de digestión anaeróbica deberían basarse en el conocimiento de los principios de la bioquímica y microbiología, la forma común de trabajar es hacerlo en base a métodos empíricos. El conocimiento de los componentes individuales que constituyen los residuos sólidos y su distribución relativa, basada generalmente en porcentajes sobre el peso, es importante para poder evaluar los planes y programas de gestión y las necesidades de equipamiento.

### 2.1.3. Factores que influyen en el proceso de Digestión Anaeróbica

Los microorganismo que intervienen en el proceso de Digestión Anaeróbica tienen una velocidad de crecimiento baja, y por lo tanto el entorno de la reacción debe mantenerse bajo condiciones óptimas. Los siguientes factores deben ser tenidos en cuenta ya que proveen el marco adecuado para su desarrollo:

- Temperatura <sup>(11)</sup>: las bacterias que actúan en los procesos anaeróbicos son muy permeables a los cambios que ocurren en el medio en que se desarrollan. Es por este motivo que la temperatura ideal para su propagación es de 35<sup>o</sup> C, si la temperatura está por debajo de este límite entonces el volumen de biogás generado es menor. Lo mismo ocurre si la temperatura aumenta. Según la gama de temperaturas en las que trabaja un sistema biológico, los procesos se clasifican en: psicrófilos (-10 a 20<sup>o</sup> C), mesófilos (20 a 45<sup>o</sup> C) y termófilos (45 a 65<sup>o</sup> C).
- pH: un adecuado nivel de pH contribuye a un desarrollo conveniente de las bacterias que llevan a cabo el proceso anaeróbico. El rango ideal es de 6.5 a 8.0. Las bacterias acidificantes producen ácidos que favorecen el desarrollo de las bacterias metanogénicas lo que provoca que el pH se mantenga neutro. La etapa inicial del proceso de Digestión Anaeróbica en el Digestor es la más crítica ya que, las bacterias acidificantes producen ácido de manera más rápida de lo que las bacterias metanogénicas pueden consumirlo impidiendo así la estabilización del pH. Una baja del pH de 6.5 provoca que la población metanogénica comience a morir, desbalanceándose las poblaciones bacterianas, con la consecuente disminución en la producción de biogás <sup>(6)</sup>.
- Contenido en sólidos: el Digestor opera en mejores condiciones si la materia sólida no superan el 10%, es decir, la biomasa más adecuada es aquella que posee un alto contenido de humedad <sup>(6)</sup>.
- Nutrientes <sup>(6)</sup>: las bacterias deben disponer de carbono, nitrógeno, fósforo, azufre y algunas sales minerales para conseguir un crecimiento y actividad adecuados.
- Tóxicos: las elevadas dosis de amoníaco, sales minerales y algunas sustancias orgánicas como detergentes y pesticidas, aparte del oxígeno, inhiben el proceso de digestión concentraciones <sup>(20)</sup>.

#### 2.1.4. Elementos que pueden utilizarse para realizar la Digestión Anaeróbica

La composición y cantidad de los residuos dependen, entre otros factores, de la localización, estación del año y del poder adquisitivo de la población. De acuerdo con ello, es muy importante conocer la variación temporal de los residuos y la evolución anual según la evolución económica. La heterogeneidad de los

residuos hace que la determinación de la composición de los mismos sea una tarea complicada que, más que conocimientos teóricos, exige sentido común. Para desarrollar y diseñar sistemas de gestión de residuos de cualquier tipo, hay que conocer sus propiedades. Las más importantes son: peso específico, permeabilidad de los residuos compactados, humedad, materia volátil y fija, carbono, nitrógeno, oxígeno, hidrógeno y azufre, poder calorífico, nutrientes esenciales y biodegradabilidad.

Las grandes cantidades de productos agrícolas elaborados por la industria alimentaria producen residuos muy a menudo utilizables en la digestión anaeróbica. Es el caso del suero de la leche de la industria del queso, de los efluentes de la industria que procesa zumos de fruta o que destila alcoholes, lodos y efluentes de malterías, cerveceras y destilerías, así como también los residuos orgánicos líquidos o semisólidos de la industria de la carne, como grasas y sangre <sup>(32)</sup>.

#### 2.1.5. Ventajas y desventajas ambientales de la Digestión Anaeróbica <sup>(33)</sup>

Las ventajas ambientales de la Digestión Anaeróbica son:

- Mejora la capacidad fertilizante del estiércol, ya que todos los macro y micronutrientes como el nitrógeno, fósforo, potasio y magnesio son conservados en el efluente.
- Hace más aprovechable el nitrógeno ya que lo convierte en amonio ( $\text{NH}_4^+$ ) el cual es más nutritivo para la planta.
- Controla los agentes patógenos. Aunque este control varía de acuerdo a la temperatura y tiempo de retención se ha encontrado que aproximadamente el 85% de los patógenos mueren durante el proceso, dado el caso de que se requiera una mayor eliminación de patógenos el lodo resultante se puede compostar.
- Impide el accionar de vectores. Debido a que el proceso se hace en sitios cerrados no hay atracción de roedores, moscas u otro tipo de vector.
- Produce un biogás que se puede utilizar como combustible.
- Permite el abatimiento de los olores y de las emisiones a la atmósfera de metano y de amoniaco (gases de efecto invernadero), ya que el residuo digerido es casi inodoro y estabilizado.

Las desventajas que tiene el uso de la Digestión Anaeróbica son:

- Es preciso tener en cuenta que la transformación anaeróbica supone la formación de sustancias que presentan riesgos para la salud y el medio ambiente lo que conlleva la instalación de medidas de seguridad en las instalaciones. El metano, objetivo fundamental de la transformación anaeróbica, es un gas inflamable si se mezcla con el aire (desde el 5 al 15% en volumen de aire) y explosivo. Gas menos denso que el aire (densidad 0,55 de la densidad del aire) es un gas incoloro e inodoro de sabor insípido. Es un asfixiante simple. El dióxido de carbono, el segundo constituyente en importancia del biogás, es un gas estable en condiciones normales y no presenta peligrosidad. Es 1,53 veces más denso que el aire. También es un gas incoloro e inodoro. El hidrógeno es otro de los constituyentes del biogás que presenta riesgos de inflamación en el aire (desde el 4 al 75% en volumen de aire). Es un gas muy ligero y poco soluble en agua como el metano.
- Buena parte de los productos orgánicos que se forman durante la digestión (metilamina, sulfhídrico, etanol, metanol, ácido acético y ácido fórmico) presentan riesgos debido a su toxicidad por inhalación que se manifiesta con múltiples síntomas como: irritaciones cutáneas y oculares, parálisis respiratoria, dolores de cabeza y vértigo.
- Dependiendo del sistema a utilizar el costo inicial puede ser elevado.
- No es un sistema de deposición final, siempre hay que buscar dónde depositar los lodos, aunque esto último depende de los objetivos últimos de la Gestión de Residuos.
- Requiere una supervisión muy continua y precisa, ya que el metano ( $\text{CH}_4$ ) es explosivo al mezclarse con aire en una proporción que va del 5 al 15%.
- De acuerdo al objetivo de la producción se puede requerir de un medio de almacenamiento muy seguro y costoso.

#### 2.1.6. Algunos usos del Biogás

- Biocombustible: en ciudades de Suecia se realizó un programa de sustitución de diesel por biogás para utilizar en el transporte público ya que un autobús que deja de usar diesel produce al año 1.2 toneladas menos de óxido nitroso y 30 toneladas menos de dióxido de carbono.
- Producción de energía eléctrica: En Colombia se realizó un proyecto de sustitución de energía eléctrica generada por motores diesel, unos

alimentados con dicho combustible y otros adaptados para el uso de biogás producido en digestores de plástico. Mediante este plan se produjo un ahorro del 40% en el costo del kWh <sup>(18)</sup>.

- Uso doméstico: se puede utilizar como combustible sustituyendo al gas butano o de la leña.

#### 2.1.7. Formas de operación de un Digestor

Existen principalmente dos formas de operación de un Digestor, una es en lote (batch) y la otra es en operación continua:

- Operación en lote <sup>(19)</sup>: consiste en colocar en un contenedor la materia orgánica y parte de las bacterias que producen el proceso de digestión. Las primeras bacterias que comienzan su función son las acetogénicas, luego, con el ácido producido por estas actúan las metanogénicas. Al agotarse este ácido la producción de biogás se reduce y es necesario comenzar nuevamente el ciclo. Este sistema es más empleado en laboratorios que en digestores y se utiliza para saber el potencial metanogénico de diversos materiales orgánicos.<sup>(21)</sup>
- Operación continua: los Digestores de operación continua constan, básicamente, de dos partes, el reactor en donde se encuentra la materia orgánica y el sistema colector y almacenador de gas. En el digestor se coloca la materia orgánica y esta se renueva de manera tal que una porción equivalente de materia orgánica, ya estabilizada es extraída con el objetivo de mantener el equilibrio entre los barros y el pH necesarios para el proceso <sup>(21)</sup>.

## 2.2. DIGESTIÓN ANAERÓBICA APLICADA A LOS LODOS DE UNA MALTERÍA

Una etapa en la producción de cerveza es la producción de malta de cebada, que se desarrolla en tres pasos principales:

- Limpieza y almacenaje de granos como materia prima.
- Remojo en agua y germinación en condiciones ambientales apropiadas (controladas artificialmente)
- Transformación del producto de la germinación, la malta verde, en malta seca mediante un proceso de secado con aire caliente.

La producción de malta de cebada cervecera genera un gran caudal de efluentes líquidos (lavado y remojo de la semilla), del orden de 5 m<sup>3</sup> por Mg de malta producida. La carga orgánica generada por una maltería (con capacidad de producción similar a las consideradas en este trabajo), según valores recopilados por el Banco Mundial, (1997) varía de 0.5 – 1.5 kg de DBO<sub>5</sub>/m<sup>3</sup> de efluente. (Expresa la cantidad de oxígeno necesario para la oxidación bioquímica de los compuestos orgánicos degradables existentes en el líquido residual).

El tratamiento de los efluentes de maltería debe ser realizado cuidadosamente para no provocar contaminación al medio ambiente. También deben ser considerados los costos del proceso para evaluar la ventaja de su implementación.

El uso de residuos orgánicos como enmienda agronómica en vistas a la agricultura sustentable, constituye una importante área de investigación. La aplicación de los lodos en suelos, constituye una forma de reciclado de nutrientes muy importante para el desarrollo agrícola, evitando métodos de deposición alternativos más costosos, con posibilidad de mayores impactos ambientales adversos.

El tratamiento de aguas residuales (cloacales o industriales) de tipo convencional, consta de varias etapas: pretratamiento, tratamiento primario, tratamiento secundario y tratamiento terciario. Además del tratamiento de agua se debe efectuar el procesamiento de lodos residuales (exceso), como espesamiento, digestión y secado<sup>(33)</sup>.

Si se comparan las composiciones de lodos activados provenientes de tratamiento de efluentes cloacales, con los provenientes de un proceso agroindustrial como el malteado de cebada, se encuentran notables diferencias en el contenido de elementos traza, los lodos cloacales contienen mayores cantidades. En cambio los lodos de maltería contienen un mayor valor fertilizante, en particular de Nitrógeno, en comparación con los lodos cloacales. La presencia de algunos micronutrientes particulares, tiene relación con la calidad del agua utilizada en el proceso industrial de malteado de cebada, así como del origen del cereal procesado, cuya composición refleja las características del suelo donde los vegetales se han desarrollado. Siendo los lodos de origen biológico (vegetal), contienen una fracción muy alta de Nitrógeno Orgánico, y además se verifica un alto contenido de celulosa y hemicelulosa. El pH es neutro o levemente ácido. El contenido total de Materia Orgánica es alto y

cuando se aplica a suelos constituye un aporte externo considerable de Carbono al agroecosistema, sumado esto al aporte de población microbiana. Las variaciones de algunos nutrientes en los lodos de maltería se deben a las condiciones operativas del proceso de tratamiento de lodos activados y a las características de diseño de los procesos de tratamiento de efluentes. El balance del proceso de nitrificación y denitrificación en la etapa de aereación de los lodos activados influye sobre el contenido de Nitrógeno final en los lodos <sup>(43)</sup>.

En esta aplicación se utilizaron lodos residuales provenientes de una maltería instalada a 10 km de bahía Blanca, que opera desde el año 1998 y que produce 300 Mg de malta diarios.

### 2.3. CARACTERIZACIÓN DE LOS LODOS PROVENIENTES DE LA MALTERÍA

La caracterización de los lodos de maltería, se puede realizar mediante la evaluación de propiedades físicas, químicas y biológicas. Las propiedades físicas condicionan aspectos de transporte y métodos de aplicación en suelos, mientras que las características químicas y biológicas condicionan las tasas de aplicación en suelos. En la evaluación económica de la efectiva implementación de los sistemas de aplicación de lodos residuales en suelos, el transporte de los lodos es el factor más importante a considerar, aunque los procesos de incorporación y mezclado eficiente con el suelo no son menos importantes, influyendo notablemente sobre las velocidades de mineralización y la disponibilidad de nutrientes y micronutrientes <sup>(43)</sup>.

Una de las principales características físicas que se evalúa en los lodos es el contenido de sólidos, expresado generalmente en porcentaje (%) de sólidos o de Materia Seca. A mayor contenido de sólidos, menor volumen de lodos a transportar, almacenar, etc. En relación con el transporte, dicho porcentaje de sólidos determina qué tipo de transporte se requiere, así como las herramientas y sistemas mecánicos para la aplicación en suelo. El menor costo de transporte debido al mayor contenido de sólidos debe evaluarse frente a los incrementos del costo originados en los procesos de deshidratación y secado, a la menor eficiencia de mezclado con el suelo y a la reducción del reciclado de agua, particularmente importante en regiones semiáridas como es la zona de Bahía Blanca (Sud –Sudoeste de la Provincia de Buenos Aires). Los valores típicos del contenido de sólidos en lodos residuales de tratamientos biológicos son del 2 al

10%. Cuando se incluyen sistemas de deshidratación se alcanzan valores cuyo rango varía entre el 20 al 40% de Materia Seca, y cuando se efectúa secado mediante energía térmica, se llega a valores mayores al 50% de sólidos <sup>(39)</sup>.

En comparación con lodos cloacales, las propiedades y la composición química de los lodos provenientes del tratamiento biológico de efluentes agroindustriales, como es el caso de malterías de cebada, tienen menor variabilidad de algunos parámetros, y además los componentes químicos son particulares y se originan casi exclusivamente en la calidad de las semillas utilizadas. Los metales, tanto en tipos como en cantidades son reducidos, y en el caso de compuestos orgánicos persistentes tienden a ser nulos. Cuando los lodos de origen cloacal, son aplicados en suelos los análisis químicos de rutina incluyen Nitrógeno total y amoniacal, Fósforo total, Potasio, Cobre, Cinc, Plomo, Cadmio, y Níquel. Al menos en forma inicial (no rutinaria) se deben controlar los contenidos de Cromo, Boro, Arsénico, Aluminio, Cobalto, Molibdeno, sulfatos y Bifenilos Policlorados (PCB's). La caracterización química de los lodos influye principalmente en el diseño del sistema de aplicación en suelo (tasa de aplicación o cantidad aplicada por unidad de área) <sup>(3)</sup>.

### 2.3.1. Características Físicas

Los contenidos de Materia Seca (sólidos) de los lodos de las Maltería varían entre 2 y 2,5% (consistencia líquida). Mientras los lodos secundarios residuales obtenidos por el proceso de lodos activados del tratamiento de efluentes cloacales contienen de 0,5 a 2% de sólidos, los lodos activados residuales de plantas de tratamiento de efluentes de cervecerías contienen, cuando incluyen procesos de deshidratación sin uso de aditivos químicos (cal), entre el 13 y el 14% de materia seca. Otros fertilizantes orgánicos naturales, de origen animal tienen porcentajes similares de materia seca, por ejemplo el estiércol bovino contiene entre el 5 y el 10%, el estiércol porcino 15%, y en algunos casos, como el estiércol de aves, puede contener bajas concentraciones de agua por el sistema de recolección utilizado (10% de sólidos) <sup>(43)</sup>.

### 2.3.2. Características Químicas

Los pHs medidos en los lodos que se utilizaron en este trabajo fueron alrededor del 7.5. Los valores promedio que se han medido (registros históricos) fluctúan siempre alrededor de la neutralidad, siendo levemente ácidos en la generalidad de los casos.

Los lodos activados residuales del tratamiento de efluentes cloacales, tienen pH de aproximadamente 7, los estiércoles de origen animal varían de acuerdo al origen, 7.1 (apícola), 5.1-5.9 (porcino), 5.2 (bovino) y 9.4 (equino). La conductividad eléctrica de los lodos de maltería fue del mismo orden de magnitud que la encontrada en lodos cloacales, aunque siempre más bajos <sup>(19)</sup>.

### 2.3.3. Materia Orgánica

Los contenidos de Materia Orgánica de los lodos de maltería que se utilizaron en este trabajo fueron elevados, 83.5%, sobre el total de Materia Seca. Los valores que se han medido, y de los que se dispone de registros históricos, han oscilado alrededor del 80%. Contenidos de Materia Orgánica similares es posible encontrarlos en estiércoles y abonos sin tratamiento o en compost de muy alta calidad. Las relaciones que se midieron de C/N, fueron 7.5 y 6.09, con un contenido de Carbono acorde al contenido de Materia Orgánica correspondiente. Los estiércoles muestran valores más altos de relación C/N, 19 (vacuno), 29 (ovino), 13-14.8 (cerdos). Los lodos cloacales, según valores publicados tienen valores similares 7.8 ó 6.1-7.34 (tratamiento aeróbico). En caso de comparar la relación C/N con residuos de tipo vegetal, solamente los lodos de maltería se asemejan a residuos de alfalfa, cuyo C/N es aproximadamente 14-16 o de trébol rojo (*Trifolium pratense* L) cuya relación C/N es 11.7.

La materia orgánica de lodos activados residuales del tratamiento de efluentes cloacales, varía entre 70-90%, medido como sólidos volátiles totales dependiendo del origen de los efluentes y del tratamiento biológico implementado.

Los contenidos de Carbono Orgánico de los lodos de maltería que se utilizaron en este trabajo fueron de 48.5. En cambio para los lodos activados residuales del tratamiento de cloacales, el COT (Carbono Orgánico Total) varía entre 6.5 y 48 %.

Los componentes orgánicos presentes en los lodos incluyeron material celular microbiano y sus productos de descomposición, así como compuestos químicos presentes en las aguas residuales que ingresaron al tratamiento biológico, por ejemplo proteínas, polisacáridos, grasas, lípidos, etc, como así también compuestos sintetizados durante el tratamiento biológico del efluente y el procesamiento de los lodos. La mayor parte del Carbono Orgánico (más del 75%) determinado en los lodos es insoluble en agua y consistió principalmente en fracciones de celulosa y hemicelulosa <sup>(39)</sup>.

#### 2.3.4. Compuestos Nitrogenados

Las concentraciones de Nitrógeno Orgánico, así como de las formas inorgánicas (amonio y nitrato) que se determinaron en los lodos de la maltería, dependieron fuertemente del tipo de tratamiento físico químico y biológico previo (planta de tratamiento de la Maltería) y del proceso de manipuleo posterior. La mayor parte del Nitrógeno Orgánico está contenido en la fracción sólida de los lodos, y por tanto dicho contenido no se ve modificado por las operaciones de secado o deshidratación que se realicen, en cambio las formas inorgánicas que son altamente solubles en agua, disminuyen su concentración al eliminarse la misma.

El Nitrógeno Orgánico de los lodos de tratamientos biológicos contiene compuestos del tipo aminoácidos principalmente, y una pequeña fracción de hexosaminas y amidas, cuyo origen son materiales proteicos vegetales. En este caso la cebada cervecera, determinó que existiera una fracción muy alta de Nitrógeno Orgánico, que además verificara el alto contenido de celulosa y hemicelulosa del fraccionamiento de la Materia Orgánica. Los Nitrógenos Orgánicos que se midieron en los lodos de este trabajo superaron el 90% del total. Las fracciones inorgánicas del Nitrógeno en los lodos de maltería, fueron similares a valores publicados de  $N-NH_4^+$  y  $N-NO_3^-$  en estiércoles crudos, lodos cloacales no estabilizados o compost maduros.

Los Nitrógenos totales de los lodos de malterías fueron 6.5% sobre el total de Materia Seca. Como ya se ha mencionado, fue verificado el alto contenido de Nitrógeno presente en los lodos de maltería lo que potencia su utilización como fertilizante orgánico de tipo natural. El Nitrógeno total de lodos cloacales puede variar entre 1 y 10% (base materia seca) dependiendo del origen y/o del

tratamiento donde se originan dichos lodos. Los lodos activados provenientes de tratamientos biológicos de efluentes de cervecerías, contienen 7-8 % de N total (base seca). El Nitrógeno total de estiércoles es por lo general de menor magnitud que los lodos de maltería, por ejemplo 1.91 (bovinos), 1.87 (ovinos), 3.77 (aves), sólo el caso porcino ocasionalmente supera a los lodos de maltería, y se encuentran en el rango de 2.8 – 10.88 <sup>(39)</sup>.

#### 2.3.5. Contenidos totales de Nutrientes, Micronutrientes y otros Metales Traza

Los lodos provenientes de tratamientos biológicos contienen concentraciones variables de los nutrientes que los vegetales requieren para su crecimiento. Los macroelementos esenciales para las plantas son N, S, P, K, Mg, Ca agregándose el Na y el Si (cuyos requerimiento es específico de unos pocos vegetales). Los microelementos esenciales para las plantas superiores son: Fe, Mn, Zn, Cu, B, Mo, Cl, Na, Co y también se considera importante la disponibilidad de otros microelementos necesarios para los animales y el hombre: F, V, As, Ni, Cr, I y Se. Varios de los elementos mencionados ingresan con el efluente a tratar en el proceso biológico de lodos activados, en forma de iones solubles, que se mantienen estables y rara vez se combinan con otros materiales de los lodos para formar otros compuestos y complejos solubles. Elementos como K, Na, no sufren alteraciones en el proceso de tratamiento y egresan del mismo modo que ingresan, a menos que exista algún proceso particular instalado para su efectiva reducción. Otros elementos por el contrario forman compuestos insolubles, o en algunos casos ya ingresan como fase sólida a la planta de tratamiento biológico <sup>(39)</sup>. De este modo tanto aniones (P, S, y As) como cationes (Ca, Mg, Fe, Al, Mn, Zn, Cu, Ni, Pb, Cd y Cr) dan origen a una variedad de precipitados inorgánicos que incluyen: hidróxidos, óxidos, carbonatos, fosfatos, y sulfuros, cuya formación depende de las condiciones de concentración de los iones, del pH y del potencial redox. Algunos metales traza, como el Cd, coprecipitan y forman compuestos insolubles, atrapados en fases sólidas de hidróxido de aluminio o carbonato de calcio. Algunos metales como Cu y Zn pueden ser adsorbidos en la materia orgánica o en los precipitados que constituyen la fase sólida de los lodos <sup>(10)</sup>.

Los contenidos de macronutrientes esenciales que se midieron en los lodos de las malterías utilizados en este trabajo, mantuvieron valores relativamente bajos.

En el caso del P: 1,23 y 8,2 g kg<sup>-1</sup>. Los lodos activados de tipo cloacal pueden contener porcentaje mayores de P, en un rango de 1.1 – 5.5. Los lodos activados de efluentes de cervecías contienen P en un rango de 1.32-1.76.

Los contenidos de K que se midieron fueron de 1,7 g kg<sup>-1</sup>. Los lodos cloacales pueden contener mayores concentraciones, por ejemplo de 0.08-1.1 %. En cambio son del mismo orden de magnitud que el K contenido en los lodos residuales de cervecía (0.41-0.5 %).

Los contenidos de Mg de 5. Fueron similares a valores encontrados en lodos cloacales, cuyo rango es 0.03-1.1 %, como así también similar al rango encontrado en lodos activados de efluentes de cervecía (0.3-0.42 %).

Los contenidos de Ca que se midieron en los lodos, tuvieron una diferencia marcada en su concentración, (un orden de magnitud) de alrededor de 0,5 g kg<sup>-1</sup> debido nuevamente a la calidad diversa del agua de proceso. Son asimismo bajos con respecto al % Ca en lodos activados residuales de efluentes de cervecía, cuyo rango es 6.3 – 7%, y en comparación con los lodos cloacales, también resultan levemente inferiores (0.6%).

Los contenidos de S coinciden con los contenidos típicos en lodos cloacales, cuyo rango es 0.6 – 1.1 %, siendo de 0.95 %.

Los contenidos de Na, fueron de 1 g kg<sup>-1</sup>. El rango típico de concentración de Na para lodos cloacales (que depende fuertemente de la calidad de las aguas utilizadas) es 0.03-3.07 %.

En los lodos de maltería se encontraron cantidades variables de microelementos esenciales para la vida vegetal y animal, unos pocos con importantes contenidos relativos y otros con concentraciones menores.

Los contenidos de Fe fueron de 11525 mg kg<sup>-1</sup>. Concentraciones similares, aunque levemente superior a los contenidos de Fe encontrados en lodos activados de efluentes de cervecías, cuyo rango es 0.4-0.5% y coincidente con el contenido publicado para lodos cloacales, cuyo rango es 0.1 – 4 %.

Los contenidos de Zn que se midieron en los lodos de maltería fueron 376, siendo levemente superiores a los valores medidos en lodos de efluentes de cervecías, 200 mg kg<sup>-1</sup>, y del mismo orden que el límite inferior del rango típico en lodos cloacales, 108 mg kg<sup>-1</sup>. Los valores de referencia para contenidos totales de Zn en lodos cloacales son siempre mayores a los medidos en los lodos de maltería.

Los contenidos de Cu son de  $42 \text{ mg kg}^{-1}$ . En relación con valores publicados para lodos de efluentes de cerveceras  $110 \text{ mg kg}^{-1}$ , como también en comparación con lodos cloacales cuyo rango típico es  $85\text{-}2900 \text{ mg kg}^{-1}$  son bajos <sup>(15)</sup>. Esto se debe al bajo contenido de Cu en la semilla de cebada que proviene de suelos de Provincia de Buenos Aires, típicamente deficientes en Cu. Los contenidos de Cu y Zn en estiércol de cerdos son variables, aunque mayores en el caso de Cu, cuyo rango según valores publicados es  $30 - 50 \text{ mg kg}^{-1}$ ; y menores en el caso de Zn, cuyo rango es de  $45\text{-}65 \text{ mg kg}^{-1}$ . Valores publicados de contenidos de Cu en lodos cloacales están siempre por encima de los medidos en lodos de maltería.

Los contenidos que se midieron de B y Mn en los lodos de las malterías son de  $89 - 96 \text{ mg kg}^{-1}$ . Siendo similares a los hallados en lodos cloacales, cuyos rangos típicos son B:  $17\text{-}74 \text{ mg kg}^{-1}$ , y Mn:  $55\text{-}1120 \text{ mg kg}^{-1}$ , y también similares a los contenidos típicos de lodos de efluentes de cerveceras (Mn:  $150 \text{ mg kg}^{-1}$ ). Según otros autores, el contenido de B en lodos cloacales es similar al que se ha determinado en lodos de maltería, por ejemplo  $69 \text{ mg kg}^{-1}$  <sup>(17)</sup>. En relación con el Mn, los lodos cloacales contienen concentraciones mayores.

Los contenidos de Co fueron de alrededor de  $0.2 \text{ mg kg}^{-1}$ . La concentración es menor que valores típicos encontrado en lodos cloacales, cuyo rango es  $1\text{-}18 \text{ mg kg}^{-1}$ .

Ocurre algo similar con las concentraciones de Mo  $1,2 \text{ mg kg}^{-1}$ . En este caso las concentraciones medidas difirieren un orden de magnitud (menor), que valores promedio publicados de concentración de Mo en lodos cloacales,  $30 \text{ mg kg}^{-1}$  <sup>(10)</sup>. En relación con otros micronutrientes necesarios para la vida animal, los lodos de maltería utilizados en este trabajo poseen V, para el que se midieron concentraciones de  $3,8 \text{ mg kg}^{-1}$ . Trabajos publicados en relación con el V indican que éste reemplaza al Mo como catalizador específico en la fijación de N con lo cual sería un micronutriente esencial para algunos vegetales <sup>(27)</sup>.

Los contenidos de Ni están en el orden de  $3,7 \text{ mg kg}^{-1}$ , son similares al límite inferior del rango de concentración de Ni de los lodos cloacales.

Los contenidos de Cr son de,  $3 \text{ mg kg}^{-1}$ , mucho menores que el contenido promedio en lodos cloacales, ya que el límite inferior del rango de concentraciones medidos en cloacales es de  $10 \text{ mg kg}^{-1}$ .

Las concentraciones que se midieron de Se, Pb en los lodos de maltería son muy bajas (del orden de  $1 \text{ mg kg}^{-1}$ ). Los contenidos de Se en lodos cloacales, publicados por otros autores son del mismo orden de magnitud que los medidos en lodos de maltería en este trabajo,  $6.6 \text{ mg kg}^{-1}$  (47). En cambio los contenidos de Pb para lodos cloacales, publicados por los mismos autores son siempre mayores en los lodos cloacales, 106,179, 402, 748  $\text{mg kg}^{-1}$  (17). Los contenidos de Al en los lodos de la maltería, fueron de  $481 \text{ mg kg}^{-1}$ , coincidente con los contenidos publicados en lodos cloacales, cuyo rango es  $1000\text{-}23000 \text{ mg kg}^{-1}$  (10). El Ba que es otro metal traza que está presente en los lodos de maltería.

### 3. LOS FACTORES Y SUS NIVELES

A continuación se presentan los factores que intervendrán en este análisis así como también sus niveles:

- Factor A: Relación de carga:
  - Nivel 1: 0.9 l de barro fresco, 0.9 l de barro estabilizado
  - Nivel 2: 1.2 l de barro fresco, 0.6 l de barro estabilizado
  - Nivel 3: 1.35 l de barro fresco, 0.45 l de barro estabilizado
  - Nivel 4: 1.44 l de barro fresco, 0.36 l de barro estabilizado
  
- Factor B: Catalizador:
  - Nivel 1: 0.36 gramos  $\text{Cl}_2\text{Mn} \cdot 4 \text{H}_2\text{O}$
  - Nivel 2: 0.36 gramos  $\text{Cl}_2\text{Co} \cdot 6 \text{H}_2\text{O}$
  
- Factor C: Temperatura:
  - Nivel 1: 25
  - Nivel 2: 15
  
- Factor D: pH:
  - Nivel 1: 15 ml, Bicarbonato de Sodio
  - Nivel 2: 25 ml, Bicarbonato de Sodio

- Factor E: Azúcar:

Nivel 1: Sin Azúcar

Nivel 2: 18 gramos Azúcar

#### 4. DESARROLLO DE LA EXPERIMENTACIÓN

Como se van a evaluar cinco factores, uno de ellos a cuatro niveles y los restantes a dos niveles, sin tener en cuenta las interacciones, se propone desarrollar un Diseño con Niveles Múltiples siendo el Arreglo Ortogonal propuesto un L8 modificando para incorporar el factor con cuatro niveles.

Los ensayos se realizaron en dos etapas, la primera de ellas tuvo inicio en Noviembre del año 2008. En ella se tuvo en cuenta los 4 ensayos (con dos réplicas) con una temperatura de 25 grados mientras que la segunda etapa que comenzó en Junio fueron los que tuvieron una temperatura de 15 grados.

Cada ensayo corresponde a la mezcla y se puso en cada Erlenmeyer de 2000 ml, las combinaciones correspondientes a cada ensayo. Después de prepararlos, se agitó durante 3 minutos y se tomaron los ph de cada Reactor.

En la primera etapa se realizaron los siguientes ensayos:

Ensayo 1				
(RC) <sub>1</sub>	(C) <sub>1</sub>	(T) <sub>1</sub>	(pH) <sub>1</sub>	(A) <sub>1</sub>
0.9 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Mn	25	15 ml	Sin Azúcar
0.9 l de barro estabilizado	4 H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	

Ensayo 2				
(RC) <sub>2</sub>	(C) <sub>1</sub>	(T) <sub>1</sub>	(pH) <sub>2</sub>	(A) <sub>2</sub>
1.2 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Mn	25	25 ml	18 gramos
0.6 l de barro estabilizado	4 H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	Azúcar

Ensayo 3				
(RC) <sub>3</sub>	(C) <sub>2</sub>	(T) <sub>1</sub>	(pH) <sub>2</sub>	(A) <sub>1</sub>
1.35 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Co 6	25	25 ml	Sin Azúcar
0.45 l de barro estabilizado	H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	

Ensayo 4				
(RC) <sub>4</sub>	(C) <sub>2</sub>	(T) <sub>1</sub>	(pH) <sub>1</sub>	(A) <sub>2</sub>
1.44 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Co 6	25	15 ml	18 gramos
0.36 l de barro estabilizado	H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	Azúcar

Los ensayos de la segunda etapa fueron:

Ensayo 5				
(RC) <sub>1</sub>	(C) <sub>2</sub>	(T) <sub>2</sub>	(pH) <sub>2</sub>	(A) <sub>2</sub>
0.9 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Co 6	15	25 ml	18 gramos
0.9 l de barro estabilizado	H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	Azúcar

Ensayo 6				
(RC) <sub>2</sub>	(C) <sub>2</sub>	(T) <sub>2</sub>	(pH) <sub>1</sub>	(A) <sub>1</sub>
1.2 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Co 6	15	15 ml	Sin Azúcar
0.6 l de barro estabilizado	H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	

Ensayo 7				
(RC) <sub>3</sub>	(C) <sub>1</sub>	(T) <sub>2</sub>	(pH) <sub>1</sub>	(A) <sub>2</sub>
1.35 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Mn 4	15	15 ml	18 gramos
0.45 l de barro estabilizado	H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	Azúcar

Ensayo 8				
(RC) <sub>4</sub>	(C) <sub>1</sub>	(T) <sub>2</sub>	(pH) <sub>2</sub>	(A) <sub>1</sub>
1.44 l de barro fresco	0.36 gramos Cl <sub>2</sub> Mn 4	15	25 ml	Sin Azúcar
0.36 l de barro estabilizado	H <sub>2</sub> O		Bicarbonato de Sodio	



Figura 17. Experimentación en los Laboratorios de la facultad

El volumen de gas (medido en ml) se midió a las 1288 hs que es lo máximo que se podría dejar los barros en el digestor de la planta. A continuación se presenta el Arreglo Ortogonal correspondiente (diseño con factores con niveles múltiples) con los resultados experimentales:

Tabla 46. A. O. Modificado

Ensayo	Columna					Datos experimentales
	Combinada	4	5	6	7	
	A	B	C	D	E	
1	1	1	1	1	1	2840 – 2670
2	1	2	2	2	2	370 – 430
3	2	1	1	2	2	2220 – 3080
4	2	2	2	1	1	150 – 150
5	3	1	2	1	2	340 – 280
6	3	2	1	2	1	2240 – 2240
7	4	1	2	2	1	620 – 570
8	4	2	1	1	2	30 – 1320

## 5. ANÁLISIS DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

Una vez realizada la experimentación se deben analizar los resultados obtenidos mediante un ANOVA con los cuatro factores para determinar, en primer lugar, cuáles son los factores significativos para maximizar la variable producción de biogás.

Luego se debe analizar la Señal – Ruido para determinar los factores significativos para disminuir la variabilidad de la producción de biogás.

### 5.1. Análisis para optimizar la media del proceso

Se realiza un ANOVA con dos repeticiones, los resultados se muestran a continuación:

Tabla 47. Resolución del ANOVA

Fuente de variación	g.l	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F	F <sub>crítico</sub>
A	3	2021768.75	673922.91	4.415	F <sub>3; 8; 0.05</sub> = 4.0665
B	1	2023506.25	2023506.25	13.26	F <sub>1; 8; 0.05</sub> = 5.318
C	1	11782056.25	11782056.25	77.19	F <sub>1; 8; 0.05</sub> = 5.318
D	1	995006.25	995006.25	6.52	F <sub>1; 8; 0.05</sub> = 5.318
E	1	726756.25	726756.25	4.76	F <sub>1; 8; 0.05</sub> = 5.318
Error	8	1221150.00	152643.75		
Total	15	18770283.75			

Como puede observarse los factores A (Relación de Carga), B (Catalizador), C (Temperatura) y D (pH), son significativos.

Se debe determinar ahora cuál es el mejor nivel para maximizar la producción de biogás. Para ello se determina el volumen de gas promedio para cada nivel y después se elige el de mayor valor.

Para el factor A (Relación de carga):

$$A_1 = \frac{2840 + 2670 + 370 + 430}{4} = 15577.5$$

$$A_2 = \frac{2220 + 3080 + 150 + 150}{4} = 1400$$

$$A_3 = \frac{340 + 280 + 2240 + 2240}{4} = 1275$$

$$A_4 = \frac{620 + 570 + 30 + 1320}{4} = 635$$

Por lo visto se elige el nivel 1 para el factor: 0.9 l de barro fresco, 0.9 l de barro estabilizado.

Para el factor B (Catalizador):

$$B_1 = \frac{2840 + 2670 + 2220 + 3080 + 340 + 280 + 620 + 570}{8} = 1243.75$$

8

$$B_2 = \frac{370 + 430 + 150 + 150 + 2240 + 2240 + 2240 + 30 + 1320}{8} = 866.25$$

8

Se elige el nivel 1 para el factor: 0.36 gramos  $\text{Cl}_2\text{Mn}$  4  $\text{H}_2\text{O}$

Para el factor C (Temperatura):

$$C_1 = \frac{2840 + 2670 + 2220 + 3080 + 2240 + 2240 + 30 + 1320}{8} = 2080$$

8

$$C_2 = \frac{370 + 430 + 150 + 150 + 340 + 280 + 620 + 570}{8} = 363.75$$

8

Se elige el nivel 1 para la temperatura: 25 grado centígrados.

Para el factor D (pH):

$$D_1 = \frac{2840 + 2670 + 150 + 150 + 340 + 280 + 30 + 1320}{8} = 972.5$$

8

$$D_2 = \frac{370 + 430 + 2220 + 3080 + 2240 + 2240 + 620 + 570}{8} = 1471.25$$

8

Se elige el nivel 2 para el factor: 25 ml, Bicarbonato de Sodio.

Para el factor E (azúcar) como no es significativo se elige el nivel más económico o de más fácil implementación, en este caso se elige el nivel 1 (Sin azúcar), por una cuestión de costos.

Por lo tanto, la combinación ideal para aumentar el volumen promedio de biogás generado será:

0.9 l de barro fresco, 0.9 l de barro estabilizado, 0.36 gramos  $Cl_2Mn$  4  $H_2O$ , 25 ml, Bicarbonato de Sodio, sin azúcar y a una temperatura de 25 grados.

Esta combinación no está dentro de las que se propuso como ensayos y por lo tanto el Dr. Taguchi recomienda que se realice una experimentación de confirmación. En este caso no sería necesario realizarla si se observa con detenimiento los ensayos ya realizados. De todos ellos los más parecidos al que resultó óptimo son el número 1 y 3.

En el ensayo 1 la única diferencia es el nivel del factor D (nivel 1 en lugar de nivel 2), mientras que en el ensayo 3 el factor A está en el nivel 2 en lugar del nivel 1. Para este caso (ensayo 3) el volumen promedio de biogás generado es mayor que el obtenido en el ensayo 1. Si tenemos en cuenta que, si bien el factor A es significativo, su aporte a la suma de cuadrados es menor que el realizado por el factor D, por lo tanto debería darse más importancia a fijar el nivel de este. A su vez la diferencia entre el volumen de gas promedio generado entre los niveles 1 y 2 del factor A es muy poca a diferencia de lo que ocurre con los otros niveles. Por lo tanto el ensayo más cercano al ideal sería el ensayo 3 que, como se puede observar es el de mayor volumen promedio de biogás generado entre los realizados. Por lo tanto sería lógico pensar que el ensayo que surgió como óptimo de la experimentación en realidad lo es.

## 5.2. Análisis de la Señal – Ruido

La segunda parte del análisis se refiere a determinar cuáles de los factores son significativos para minimizar la variabilidad y para ello se utiliza la Señal – Ruido. Para ello, en primer lugar se debe generar los índices y luego, mediante un ANOVA, determinar si existen factores significativos y buscar los mejores niveles.

Se utiliza el Método de Repeticiones Simples como la variable es volumen de gas generado se elige Mayores el Mejor. La tabla con los ensayos es:

Tabla 48. A. O. con S/R

Ensayo	Columna					Datos experimentales	S/R
	Combinada	4	5	6	7		
	A	B	C	D	E		
1	1	1	1	1	1	2840 – 2670	68.79
2	1	2	2	2	2	370 – 430	51.97
3	2	1	1	2	2	2220 – 3080	68.12
4	2	2	2	1	1	150 – 150	43.52
5	3	1	2	1	2	340 – 280	49.71
6	3	2	1	2	1	2240 – 2240	67.00
7	4	1	2	2	1	620 – 570	55.47
8	4	2	1	1	2	30 – 1320	32.55

El ANOVA correspondiente es:

Tabla 49. Resolución del ANOVA para S/R

Fuente de variación	g.l	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	F	F <sub>crítico</sub>
A	3	322.29	107.43	0.736	F <sub>3; 2; 0.05</sub> = 19.164
B	1	276.57	276.57	1.90	F <sub>1; 2; 0.05</sub> = 18.51
D	1	287.92	287.92	1.97	F <sub>1; 2; 0.05</sub> = 18.51
Error (fact. C y E)	2	291.79	145.89		
Total	7	1178.57			

El ANOVA se realizó con una sola réplica (la S/R), por lo tanto no se tienen grados de libertad para el error. Se utilizó entonces el criterio del pooling, donde los factores C y E que tenían las menores sumas de cuadrados en comparación con los demás factores fueron al error. De esta manera el error tiene dos grados de libertad.

Como se puede observar, de los resultados obtenidos ninguno de los factores es significativo para minimizar la variabilidad del proceso, y por lo tanto podemos

considerar que la combinación óptima es la que se obtuvo para optimizar la media del proceso.

**CAPITULO 6**  
*CONCLUSIONES*

En el capítulo 4, punto 9 se describen algunas de las ventajas de la aplicación del Método de Diseño de Experimentos propuesto por el Dr. Taguchi respecto al Diseño Clásico cuando es aplicado en el ámbito de las industrias, donde no siempre se busca la solución ideal, sino que se trata de obtener la mejor solución posible para optimizar los producto o proceso sin elevar en demasía los costos y los tiempos de experimentación.

En el mismo capítulo se observa que el análisis realizado para Diseños con factores a tres niveles es similar al que se lleva a cabo cuando los factores tienen dos niveles lo que implica una gran ventaja operativa de este método. Además, el tratamiento de factores con Niveles Múltiples, como es el caso aplicado en esta tesis, no varía en cuanto al tratamiento con respecto a diseños donde todos los factores tienen el mismo número de niveles facilitando el diseño de la experimentación. Esta es una ventaja que posee la técnica de Diseño de Experimentos de Taguchi respecto al Diseño Clásico, permitiendo ampliar el campo de aplicación, ya que, en la búsqueda de mejor calidad se ha avanzado en el diseño de los procesos provocando que sean cada vez más complejos, que el número de factores aumente, así como también el número de nivel para ellos. En este mismo sentido, es notable la practicidad de los Métodos de Taguchi cuando la Característica de Calidad es cualitativa.

Cuando el Análisis que se realiza para factores a dos niveles es saturado, es decir, el efecto de todos los factores y las interacciones entre ellos pueden ser evaluados, el análisis de los resultados es similar al que se realiza para el Método Clásico. La diferencia entre los Métodos de Análisis se produce cuando se debe realizar un Factorial Fraccionario debido a que el número de factores aumenta, en este sentido podemos decir que el Método de Taguchi fue creado “por ingenieros para ingenieros” donde no siempre es posible tener condiciones óptimas para la experimentación. Así mismo se puede observar que la Potencia del Análisis mediante los Arreglos Ortogonales es elevada, y como era de esperar aumenta a medida que se incrementan la cantidad de réplicas para los ensayos.

La teoría desarrollada por el Dr. Taguchi lleva muchos años de aplicación por parte de empresa importantes de Japón, Estados Unidos y países europeos como España, en la Argentina sigue siendo poco conocida y su difusión es

escasa. No son muchos los registros de publicaciones en Congresos de trabajos de aplicación, ni sus técnicas son enseñadas en las asignaturas relacionadas con la Estadística. Esto hace que los profesionales, en general, las desconozcan y por lo tanto no se apliquen en la Investigación de las Empresas. En los últimos años es cada vez más frecuente encontrar publicaciones internacionales referidas a diversos ámbitos de la industria donde se ha aplicado la metodología de los Diseños de Experimentos, método de Taguchi. La posibilidad de optimizar la respuesta media y reducir la variabilidad mediante la Señal – Ruido con un número de ensayos mínimo hace que sea más fácil su implementación para mejorar diversos productos y procesos.

Si bien en el problema abordado por esta tesis, la optimización del proceso de Digestión Anaeróbica, la cantidad de ensayos a realizar con el método clásico no era tan grande (64 ensayos, con dos réplicas), el ámbito reducido de los laboratorios de la Facultad, donde se debían realizar los ensayos, hizo que se eligiera implementar el Método de Taguchi. Este Método con tan solo ocho ensayos y dos réplicas para cada uno de ellos permitió obtener una combinación para los niveles de los factores que maximizó la variable respuesta (producción de biogás), esta combinación será la que se utilizará para la producción a gran escala en el Digestor instalado en la planta maltera.

Analizando los resultados obtenidos en esta experimentación podemos concluir:

- El factor Azúcar no resultó significativo y este resultado no es el esperado. En el ensayo 8 uno de los Erlenmeyer, que hace las veces de Digestor, produjo una cantidad de biogás muy baja (solo 30 ml) respecto a la otra réplica con la misma combinación (1320 ml) este puede haber sido el motivo por el cual el factor no resultara significativo. Seguramente se realizarán, en un futuro, alguna experimentación complementaria para corroborarlo.
- El resto de los factores fueron significativos, es decir, un cambio en los niveles de los mismos produce un cambio en la variable respuesta (en este caso producción de biogás). La literatura existente sobre procesos de Digestión Anaeróbica determinaba que los factores que se analizaron en este caso producían un incremento en la producción de biogás, así como también sugerían un rango de valores óptimos para los niveles. De ser así, para este caso en estudio, se hubiera esperado que ningún factor fuese significativo, ya

que tomando valores para los niveles dentro de ese rango preestablecido, un cambio en los niveles no debía producir cambios en la variable respuesta. Como se puede observar esto no sucedió, y todos los factores, a excepción de Azúcar, resultaron significativos. Esto permite establecer una estimación más exacta para los valores óptimos de los factores: Relación de carga, pH, Temperatura y Catalizador.

- Ninguno de los factores estudiados fueron significativos para disminuir la variabilidad del proceso (el Análisis de la Señal – Ruido no dio significativo). Para las próximas experimentaciones se tendrá que tener en cuenta otros factores que no intervinieron en este primer análisis.

Esta experimentación fue la base que permitió ajustar la puesta en funcionamiento del Digestor en la empresa Maltera. El Diseño de Experimento, en especial el Método implementado por el Dr. Taguchi permitirá seguir con las investigaciones tendientes a la mejora continua del proceso de producción de biogás y estabilización de los barros tratados que serán comercializados, en el futuro, como fertilizantes.

El trabajo que se desarrolló en esta tesis tendrá continuidad en el proyecto “Modelamiento y Simulación de Reactores Secuenciales Batch en un proceso de Digestión Anaeróbica de residuos agroindustriales”, vigente desde enero 2009 y aprobado para el plan de incentivos. Los objetivos de este proyecto son:

- Obtener un modelo dinámico para simular la operación de un sistema de digestión anaeróbica de tipo psicrófilico de barros de maltería de cebada en un sistema de Reactores Secuenciales Discontinuo.
- Ajustar los parámetros críticos del modelo teniendo en cuenta aspectos de cinética, fluidodinámica, balance energético utilizando datos experimentales, a escala piloto, y de laboratorio, especialmente composiciones de biogás (Metano, CO<sub>2</sub>, AGV ácidos grasos volátiles)
- Desarrollar una herramienta de cálculo con capacidad de diseño y simulación de procesos de tratamiento de efluentes agroindustriales de tipo anaeróbico (psicrófilico), utilizando reactores secuenciales discontinuos.

Como consta explícitamente en la Metodología del Proyecto para ajustar los parámetros críticos, una de las herramienta estadísticas a utilizar es el Diseño de Experimentos, y en particular el Método de Taguchi. Como en el caso que

originó esta tesis se realizará una experimentación a pequeña escala en los laboratorios de la Facultad para luego implementar los resultados en el Digestor de la Planta.

## REFERENCIAS

- [1] Anderson, D. Sweeney, D. Williams, T. Estadística para Administración y Economía. México. Editorial Latinoamericana Cengage Learning Editores S.A. ISBN 13-987-970-686-825-1. 2004.
- [2] Aslan, E. Camuşcu, N. "Design optimization of cutting parameters when turning hardened AISI 4140 steel (63 HRC) with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + TiCN mixed ceramic tool". *Materials & Design*. 2006.
- [3] Alarcón González, J. Reingeniería de procesos Empresariales. Madrid. Editorial Fundación Confemetal. ISBN 84-89786-46-1. 1999.
- [4] Banks, J. Control de Calidad. México. Editorial Limusa-Wiley. ISBN 978-968-18-4508-7. 1998.
- [5] Beccari M., Bonemazzi F., Majone M. and Riccardi C. Interaction Between Acidogenesis and Methanogenesis in the Anaerobic Treatment of Olive Oil Mill Effluents, *Department of Chemistry, University "La Sapienza"*, Vol. 30, (1): 183-189. 1996.
- [6] Blonskaja, V. Meneet, A. Vilu, R. Use of two-stage anaerobic treatment for distillery waste. *Advance in Environmental Research*. Volumen 7. Issue 3: 671-678. May 2003.
- [7] Campana H, Sartor A., Frank. C., Laurencena B. Diseño de un biodigestor de techo flotante- 2do Congreso Latinoamericano de Energías Alternativas. Córdoba – Argentina - UTN / FRC. 1994.
- [8] Crites y Tchobanoglous, Tratamiento de aguas residuales en pequeñas poblaciones. Segunda Edición. Colombia. Editorial McGraw – Hill. 2000.
- [9] Demming, W. E. Fuera de la Crisis. USA. Editorial MIT/CAES. 1985.

- [10] EPA, 1983 (Agencia de protección Ambiental de los Estados Unidos de América).
- [11] Fdzpolanco F., Villaverde S. and Garcia P. A. Temperature Effect on Nitrifying Bacteria Activity in Biofilters – Activation and Free Ammonia Inhibition. *Water Science and Technology*, Vol. 30: 121-130. 1994.
- [12] García, M. Inferencia Estadística y Diseño de Experimentos. Buenos Aires. Editorial Universitaria de Buenos Aires. Sociedad de Economía Mixta. ISBN. 2000.
- [13] Grant, E. Leavenworth, R. Control estadístico de la calidad. México. Editorial C.E.C.S.A. ISBN 9789682612565. 1996.
- [14] Grove, D. M. Davis, T. P. “Taguchi’s Idle Column Method”. *Technometrics*. Vol. 33. (3). August 1991.
- [15] Hanaki, Keisuke; Hironmasuwan, Sompong and Matsuo, Tomonori Selective Use of Microorganisms in Anaerobic Treatment Processes by Application of Immobilization, *Department of Urban Engineering, The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo, Tokyo 113, Japan. Wat. Res.* Vol. 28, (4): 993 - 996. 1994.
- [16] Hansen, B. Ghare, P. Control de Calidad: Teoría y Aplicaciones. Madrid. Editorial Díaz de Santos. ISBN 978-84-87189-31-9. 1990.
- [17] He, J., Shen, J. Zhang, L. Zhu, Y. Zheng, Y. Xu, M. Di, H.. Quantitative analysis of the abundance and composition of ammonia-oxidizing bacteria and ammonia-oxidising archaeal of a Chinese upland red soil under long-term fertilization practices. *Environmental Microbiology* Volumen 9 (11):2364-2374. 2007.
- [18] Hilbert J. Estado de la tecnología del biogás en América Latina. Congreso Argentino sobre Uso Racional de la Energía, Buenos Aires, Argentina. Anales del Congreso tomo II: 1239-1260. 1985.

- [19] Ibrahim, G. Abasaeed, A. Modelling of sequencing batch reactors. *Water Research*, Volumen 29, Issue 7:1761-1766. July 1995.
- [20] Kayhanian, Masoud. Performance of a High-Solids Anaerobic-Digestion Process under Various Ammonia Concentrations, *Journal of Chemical Technology and Biotechnology*, Vol. 59. Issue 4: 349-352. 2004.
- [21] Marañón Maison, Elena. Generación de residuos de ganadería Vacuna (purines) en Asturias. España. Editorial: Universidad de Oviedo, 1998. ISBN, 843170973, 9788483170977.
- [22] Mascó, R. Manual para la Aplicación del Método de Taguchi en la ingeniería de Calidad y el Diseño de Experimentos industriales. Rosario, Argentina. UNR Editora. ISBN 950-673-131-4. 1996.
- [23] Mead, R. "The non – orthogonal Design of Experimental". *J. R. Statist Soc. A*. Vol. 153, Part. 2: 151 – 201. 1990.
- [24] Miranda González, F. Chamorro Mera, A. Lacoba, S. Introducción a la Gestión de la Calidad. Primera Edición. Madrid. Delta publicaciones Universitarias. ISBN 84-96477-64-9. 2007.
- [25] Mkhherjee, Indrajist. Ray, Pradip Kumar. "A review of optimization techniques in metal cutting processes". *Computer & Industrial Engineering*: 15-34. May 2006.
- [26] Moghaddam, J. Sarraf-Mamoory, R. "Purification of zinc ammoniacal leaching solution by cementation: Determination of optimum process conditions with experimental design by Taguchi's method". *Separation and Purification Technology*. 2006.
- [27] Monod J. Recherches sur la Croissance des Cultures Bacteriennes. *Hermann et cie*, Paris: 371 - 394. 1942.

- [28] Montgomery, Douglas; Runger, George, "Probabilidad y Estadística Aplicada a la Ingeniería", México. Editorial Mc Graw Hill. 1996.
- [29] Moore, D. Estadística Aplicada Básica. España. Antoni Bosch, Editor S.A. ISBN 84-95348-04-7. 2000.
- [30] Oguz, E. Keskinler, B. Çelik, C. Zeynep C. Zeynep, Ç. "Determination of the optimum conditions in the removal of Bomaplex Red CR-L dye from the textile wastewater using  $O_3$ ,  $H_2O_2$ ,  $HCO_3^-$  and PAC". *Journal of Hazardous Materials*. Volume 131, Issues 1-3, 17: 66-72. April 2006.
- [31] Peace, G. Taguchi Methods, A Hands - on Approach. EEUU. Editorial Addison – Wesley Publishing Company, Inc. ISBN 0-201-56311-8. 1993.
- [32] Perle, Michal. Kimchie, Shlomo. Shelef, Gedaliah. Some Biochemical Aspects of the Anaerobic Degradation of Dairy Wastewater, *Environmental and Water Resources Engineering Department*, Vol. 29, (6): 1549-1554. 1995.
- [33] Rivard, C. Rodriguez, J. Nagle, N. J. Self, J. Kay, B. Soltanpour P. Nieves R. Anaerobic Digestion of Municipal Solid Waste: Utility of Process Residues as a Soil Amendment. *Applied Biochemistry and Biotechnology* Vol. 51/52: 125-135. 1995.
- [34] Romero Villafranca, R. Zúnica Ramajo, L. Métodos Estadísticos en Ingeniería. Valencia. Editorial Universidad Politécnica de Valencia. ISBN 84-9705-9.
- [35] Ross, P. Taguchi Techniques for Quality Engineering. New York. McGraw-Hill. New York. (1988).
- [36] Roy, R. A primer on the Taguchi Method. EEUU. Editorial Society of Manufacturing Engineers. (1990).
- [37] Saderra i Jorba, L. El secreto de la Calidad Japonesa. Barcelona. Editorial Marcombo S.A. 1993.

- [38] Tzeng, and Chen, Fu- Chen. "Multi-objective optimization of high-speed electrical discharge machining process using a Taguchi fuzzy-based approach". *Materials & Design*. 2006.
- [39] Vandenburg S. R. Ellis T. G. Effect of Varying Solids Concentration and Organic Loading on the Performance of Temperature Phased Anaerobic-Digestion. *Water Environmental Research*, Vol. 74: 142-148. 2002.
- [40] Vericat, F. Freccero, R. Rodriguez, S. Introducción a la Calidad Total. España. Editorial Nueva librería. ISBN 9789509088917. 2000.
- [41] Vijayan N. Nair, AT&T Bell Laboratories, Murray Hill N J 07974. Taguchi Parameter Design: A panel Discussion, *Technometrics*,. Vol 34, (2): 127-161. May 1992.
- [42] Vilar Barrio, J. Cómo mejorar los Procesos en su empresa: el Control Estadístico de Procesos (SPC) herramienta fundamental en el incremento de la Competitividad. Madrid. Editorial Fundación Confemetal. ISBN 978-8489786-85-1.1999.
- [43] Vriens L., Van Soest H. and Verachtert H. Biological Treatment of Malting and Brewing Effluents, *Biotechnology*, Vol. 10:1-46. 1990.
- [44] Walpole, R. Myers, R., Myers, S. Probabilidad y Estadística para Ingenieros. 6ta edición. México. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S.A. ISBN 970-17-0264-6. 1999.
- [45] Wang, J. C. Wu, C. F. J. "Nearly Orthogonal Arrays with Mixed Levels". *Technometrics*. Vol. 34 (4): 409-422. November 1992.
- [46] Wu, Yulin. WU, Alan. Diseño Robusto utilizando los Métodos de Taguchi. Madrid. Ediciones Díaz de Santos. ISBN 84-7978-305-2. 1997.

[47] Zebarth, B.J., R. McDougall, G. Neilsen, and D. Neilsen. Availability of nitrogen from municipal biosolids for dryland forage grass. *Canadian Journal of Plant Science* 80:575–582. 2000.