

PROYECTO INTEGRADOR PROFESIONAL

Universidad Nacional del Comahue - Facultad de Ingeniería

“Simulador de flujo bifásico, water-oil, en Reservorio,
utilizando planillas de cálculo”



Autores:

Burgués, Lisandro Alberto

Cumilaf, Diego Ivan

Tutor:

Mgs. Somaruga, Carlos

Ingeniería en Petróleo

Neuquén Capital, Argentina

Año 2019

Universidad Nacional del Comahue – Facultad de Ingeniería
Departamento de Geología y Petróleo

**“Simulador de flujo bifásico, water-oil, en Reservorio,
Utilizando planillas de cálculo”**

Proyecto Integrador Profesional presentado en la Facultad de Ingeniería de la
Universidad Nacional del Comahue como parte de los requisitos para la obtención del
título de grado:

INGENIERO EN PETRÓLEO

Autores: Burgués, Lisandro Alberto – Legajo: 115.143
 Cumilaf, Diego Ivan – Legajo: 102.864

Tutor Interno: Mgs. Somaruga, Carlos

Jurado 1:

Jurado 2:

Jurado 3:

Neuquén Capital, Argentina

Año 2019

Si tuviera que devolver en pocas palabras el amor brindado por quienes fueron parte de este proceso, no sería posible. En la formación de un ingeniero no solo hay profesores, alrededor de cada persona hay familiares, amigos y conocidos. Todos contribuyeron para producir el cambio. Desde aquellas personas que estuvieron con una comida, un mate, una palabra de aliento, o simplemente con su compañía, pasando por los profesionales que se dedicaron a transmitir sus conocimientos, su sabiduría, hasta aquellos que pusieron palos en la rueda, todos ellos son parte de este logro. A aquellos que están o estuvieron a mi lado, y para los que caminaron conmigo, cerca o lejos y que se han marchado, y me hubiera gustado llegar a mostrarles el resultado de tanto trabajo, ahora con orgullo los recuerdo. Para todos y cada uno de ellos, ¡Muchas Gracias!

Lisandro Alberto Burgués

Con mucho amor y cariño para mi madre Luisa, que me guía desde el cielo, y mi padre Pedro, quienes desde que nací me inculcaron el valor del esfuerzo y la perseverancia. Gracias por su sacrificio y esfuerzo, por alentarme en los momentos difíciles y apoyarme incondicionalmente, para poder cumplir esta meta que sin ellos sería imposible.

A mi novia, Claudia, por su amor, apoyo incondicional y estar siempre presente.

A mis familiares por todo su cariño y aliento, que a pesar de las distancias siempre están presentes en mi corazón.

A mis amigos de toda la vida, quienes me alentaron y acompañaron en todo momento.

A mis amigos de la Facultad, en especial para Lisandro, que gracias a ellos fueron años llenos de alegría, compañerismo, anécdotas y debates. A ustedes, gracias por ayudarme a transitar las incontables horas de estudio.

A todos ustedes... ¡¡¡Muchas Gracias!!!

Cumilaf, Diego Ivan

Agradecimientos

A los profesores que viendo que pensaba y trabajaba distinto, supieron modificar las estructuras educativas para que pudiera sacar mi máximo potencial. Para aquellos con los que compartí más allá de las materias, convirtiéndose en amigos, a los que supieron guiarme, a los que me pusieron desafíos para poder llegar más alto. Para los que están y no están. Simplemente Gracias.

En particular a mi compañero de tesis, que fue quien me levanto una y otra vez cuando mi padre partió de este mundo, y me hizo llegar hasta donde estoy, Gracias amigo.

Lisandro Alberto Burgués

Al Mgs. Somaruga Carlos, nuestro director, por su interés, tiempo y dedicación en la asesoría del presente trabajo, con la calidad docente que lo caracteriza.

A todos los profesores que tuve a lo largo de la carrera, por enseñarme no solo conocimientos teóricos y prácticos de ingeniería sino por inculcarme valores de la vida, además de las exigencias que me hizo ver mis límites como estudiante, para lograr formarme como profesional.

A los jurados, por su tiempo en la revisión del presente trabajo.

A la Universidad Nacional del Comahue y en especial a la Facultad de Ingeniería.

Cumilaf, Diego Ivan.

Resumen

En el presente trabajo se realizó un simulador de recuperación secundaria, agua desplazando petróleo, de acceso masivo y didáctico, mediante el uso de planillas de cálculos, el cual está dirigido a profesionales, docentes y estudiantes.

Para poder llegar a realizar la simulación numérica, es necesario tener conocimientos sobre las propiedades de los fluidos, cuando los mismos se encuentran sometidos a grandes presiones, como las presentes en las profundidades de los pozos petroleros, a fin de poder simular su migración a través de los reservorios.

En el capítulo 1, se dio una breve explicación de algunos conceptos, como los tipos de mecanismos de producción primaria, inyección de agua, y alguno de los fenómenos, que pueden influir en la producción de petróleo. En el capítulo 2, se mostraron propiedades de los fluidos y las rocas, como la porosidad, la permeabilidad en todas sus variaciones, la saturación de agua y petróleo, viscosidad, presión capilar y se concluyó con la movilidad del fluido. En el capítulo 3 se mostró la Ecuación de Darcy generalizada, ecuación de Conservación de masa, también se realizó la deducción de la ecuación de flujo fraccional de agua y ecuación de Buckley-Leverett. En el capítulo 4, se desarrolló la solución Analítica de Buckley-Leverett. En el capítulo 5 se obtuvo la solución numérica que se utilizó en el Simulador Unidireccional, la cual se dedujo implementando el método IMPES, resolviendo las presiones de forma Implícita con el Algoritmo de Thomas y las saturaciones para cada iteración en el tiempo de forma Explícita. En el capítulo 6, se dio la explicación de cómo se desarrolló la planilla de cálculo utilizando las ecuaciones explicadas en el capítulo 4. En el capítulo 7, se reveló cómo se confeccionó la planilla de cálculo para obtener una solución numérica. En el capítulo 8 se hicieron comparaciones de un problema de bibliografía, con resultados obtenidos en el Simulador desarrollado. En el capítulo 9 se presentaron las conclusiones del presente trabajo.

Palabras claves: Simulación de reservorios, flujo bifásico, IMPES, medios porosos, diferencias finitas, Ecuación de Buckley-Leverett.

Abstract

In the present work performs a simulator of secondary recovery, water displacing oil, of massive and didactic access, which was made through the use of spreadsheet, and is aimed at professionals, teachers and students.

In order to be able to carry out the numerical simulation, it is necessary to have knowledge about the properties of the fluids, when they are under higher pressures, like there are in the bottom of the oil wells, to can simulate their migration through reservoirs.

In chapter 1, you will find a brief explanation of some concepts such as the types of primary production mechanisms, water injection, and some of the phenomena that can influence oil production. In chapter 2, we will discuss the properties of fluids and rocks, such as porosity, permeability in all variations, water and oil saturation, viscosity, capillary pressure and we will conclude with fluid mobility. In Chapter 3 we will show the generalized Darcy Equation, the mass conservation equation, and also the deduction of the water fractional flow equation and the Buckley-Leverett equation. In Chapter 4, we will focus on the development of the Buckley-Leverett Analytical solution. In Chapter 5 it develops the numerical solution for use in the Unidirectional Simulator, which was deduced by implementing the IMPES method, resolving the pressure in the Implicit form, with the Thomas Algorithm and the saturations for each iteration in time, in the explicit form. In chapter 6, it realizes the explanation of how the spreadsheet was made using the equations explained in chapter 4. In Chapter 7, there is the explanation of how the spreadsheet was made to obtain a numerical solution. In Chapter 8, comparisons are made of a bibliography problem, with results obtained in the developed Simulator. In chapter 9, it is realizes the conclusions of the present work.

Keywords: Reservoir simulation, two-phase flow, IMPES, porous media, finite differences, Buckley-Leverett equation.

Índice

Introducción:.....	1
Objetivos:.....	1
Capítulo 1: Recuperación Secundaria de Petróleo mediante inyección de Agua. 3	
1.1 ¿En qué consiste la Inyección de Agua?.....	3
1.2 Algunos fenómenos físicos que pueden afectar la producción de petróleo durante una inyección.....	4
Capítulo 2: Propiedades de los fluidos y de la Roca	5
2.1. Porosidad.	5
2.1.1. Tipos de clasificación	5
2.2. Saturación	6
2.3. Permeabilidad.	7
2.4. Permeabilidad Efectiva.	8
2.5. Permeabilidad Relativa.	9
2.6. Viscosidad.....	10
2.7. Presión Capilar.....	10
2.8. Movilidad del fluido.	12
Capítulo 3: Modelo Matemático del Flujo Bifásico	13
3.1. Ecuación de Darcy generalizada.....	13
3.2. Ecuación de Conservación de masa.....	13
3.3. Ecuación de Flujo fraccional de agua.	14
3.4. Modelo de flujo Bifásico: Agua-Petróleo. Ecuación de BUCKLEY-LEVERETT.....	18
Capítulo 4: Solución Analítica de Buckley y Leverett.	21
4.1 Condición Inicial	21
4.2.- Punto alcanzado por un plano de Saturación de agua constante.	21

4.3.- Avance del frente de agua en el medio poroso.....	25
4.4. Cálculo de la Saturación Promedio hasta el tiempo de ruptura.	29
4.5. Cálculo del Tiempo de ruptura, t_{bt}	32
4.6. Determinación de la distancia recorrida por la Saturación al tiempo de ruptura.....	32
4.7 Cálculo de Saturaciones promedios para tiempos posteriores a la ruptura.	33
Capítulo 5: Método numérico para el desarrollo del Simulador Unidireccional Agua-Petróleo.....	36
5.1. Ecuaciones diferenciales para flujo bifásico unidimensional.	36
5.2. Modelo Matemático.....	38
5.3. Condiciones de Borde.....	43
5.3.1.- Condiciones de no flujo en los bordes.....	44
5.4. Estabilidad.	45
Capítulo 6: Simulación analítica en la planilla de Cálculo.....	49
6.1. Hasta el tiempo de ruptura.	49
6.2. Posterior al tiempo de ruptura.....	53
Capítulo 7: Simulación Numérica en la planilla de Cálculo.....	61
7.1 Vinculación de datos a partir de la tabla.....	61
7.2 Carga de datos.....	63
7.3.1 Primera tabla de datos y $x(ft)$	66
7.3.2 La columna de $Z(ft)$	67
7.3.3 La columna $S_w(n)$ y $S_o(n)$ para la primera iteración.....	67
7.4.1 La segunda tabla	68
7.4.2 Columna $i/2$	68
7.4.3 Columna $S_w(n)$ cuando $i=1/2$, y S_o	69
7.5.1 Permeabilidades Relativas al petróleo y al agua: K_{ro} y K_{rw}	69
7.5.2 Funcionamiento del cuadro interactivo K_{rw} , K_{ro}	72

7.5.3 Tabla Kro, Krw	74
7.5.4 Procedimiento para obtener Krw y Kro a partir de datos proporcionados por el usuario.	75
7.6.1. Presión capilar	78
7.6.2 Aproximación exponencial	80
7.7 Las columnas T	81
7.8 Columnas a, b, c, d.....	82
7.9 Columnas C' y D'	84
7.10 Columna de presión de agua (Pw)	85
7.11 Cálculo de la saturación al agua y al petróleo en el tiempo nuevo (n+1).	87
7.12 Planilla para el nuevo tiempo n+1.	88
Capítulo 8: Validación del Simulador.	90
8.1 Ejercicio de Bibliografía.....	90
8.2.- Corrección en la Ponderación de la Permeabilidad Relativa.	94
Capítulo 9: Conclusiones.....	96
Bibliografía de Referencia	98
Anexos	99
Anexo A: Obtención de la ecuación (5.11) a partir de la ecuación (5.10).....	99
Anexo B: Deducción de ci' y di'	100
Anexo C: Conocimientos previos de Excel, necesarios para comprender el funcionamiento de la planilla de cálculo.	103
C.1 La función “SI”	103
C2 La función “SI.ERROR”.....	103
C.3 La función “COINCIDIR”.....	104
C.4 La función DESREF.	104
C.5 Función estimacion lineal	105
C.6 Formato condicional.	106

Anexo D: MACROS	109
D1: MACRO PARA COPIAR HOJAS	109
D2: MACRO PARA RESOLVER	109
D3: MACRO QUE HACE ANIMACIONES DE PROPIEDADES	116



Introducción:

La recuperación secundaria es uno de los métodos de producción de petróleo de uso más extendido en Argentina. Su popularidad deriva de los buenos factores de recobro que se obtienen con inversiones moderadas, aprovechando un recurso habitualmente disponible constituido por agua de distintos orígenes.

Según la Mining Press, actualmente más del 40 por ciento de la producción de petróleo en Argentina, se obtiene por recuperación secundaria. Así mismo YPF posee un porcentaje similar en su producción. A pesar de los avances tecnológicos, la recuperación secundaria aún se continúa implementando tanto en nuevos proyectos, como en replanteo de pozos antiguos, que todavía están en marcha (a través de la modificación de esquemas de inyección, reducción del espaciamiento por agregado de pozo in fill, etc.). En consecuencia, la recuperación secundaria, pese a su antigüedad como técnica extractiva, sigue constituyendo un tema esencial, en los programas de estudio de las Ingenierías Petroleras. Es por esto que se hace indispensable que el Ingeniero en Petróleo cuente y esté familiarizado con los modelos físico-matemáticos a fin de poder predecir el comportamiento del agua y del petróleo, cuando se desplazan en el reservorio.

En consecuencia, a partir de lo anterior resulta interesante el desarrollo de programas para simular un flujo bifásico, agua desplazando petróleo, en un medio poroso, estratos rocosos, considerando: presión capilar, buzamiento, permeabilidades relativas, viscosidad, densidades y otras propiedades, aprovechando los recursos de software que hoy día se encuentran disponibles en forma masiva.

Objetivos:

Se pretende desarrollar un programa de fácil acceso y pedagógico, mediante el uso de planillas de cálculos, que brinde a profesionales, docentes y estudiantes, las herramientas que ayuden a realizar predicciones en forma rápida y eficiente.

En el ámbito educativo, los profesores del área contarán con una herramienta que permitirá a los alumnos una rápida exploración reconociendo el impacto de los parámetros que gobiernan el proceso. Esto posibilitará una economía en el tiempo de enseñanza y aprendizaje.



Yendo al plano laboral, los usuarios de este programa, podrán realizar evaluaciones preliminares con el solo recurso de una planilla de cálculo.

Se pretende:

1) Realizar el programa mediante planillas de cálculos, el cual es un simulador interactivo diseñado para flujo lineal, que nos proporciona de una forma amigable, mediante tablas y gráficos, las siguientes propiedades de un frente de agua avanzando a través de un reservorio:

- a) Avance del frente.
- b) Tiempos de ruptura.
- c) Saturaciones de ruptura y saturación media detrás del frente.

2) Realizar comparaciones de datos reales y simuladores, con barridos en testigos corona, datos experimentales, datos de ensayos, datos de libros. A fin de tener la certeza, que el programa es robusto y estable.

Capítulo 1: Recuperación Secundaria de Petróleo mediante inyección de Agua.

Cuando se comienza a producir un yacimiento, a partir de mecanismos de producción en la cual se utiliza la energía propia del mismo, se los conoce como mecanismos de recuperación Primaria.

Existen 5 tipos de mecanismos:

- Empuje por gas en solución expansión de los fluidos.
- Empuje por capa de gas
- Empuje con agua
- Empuje por drenaje gravitacional
- Empuje combinado

Después de cierto tiempo de producción, la presión del yacimiento es menor con respecto a su presión original, lo que conlleva, como consecuencia a una declinación en la producción diaria. Para poder aumentar la presión en el yacimiento, obteniendo como consecuencia una productividad mayor, se recurre a métodos de recuperación secundaria, los cuales constan en convertir algunos pozos productores en pozos inyectoros, en los cuales se procede a inyectar fluidos, tales como gas o agua.

1.1 ¿En qué consiste la Inyección de Agua?

En este trabajo nos enfocaremos en la recuperación Secundaria de Petróleo a partir de la inyección de Agua, que consiste en inyectar volúmenes predeterminados; de agua de formación o agua dulce tratada; en pozos inyectoros, con el objetivo de desplazar un mayor volumen de petróleo hacia los pozos productores del yacimiento.

La inyección de agua es un proceso ampliamente usado a nivel mundial por las siguientes razones:

- Es un recurso que se encuentra generalmente disponible.
- Es un recurso relativamente económico para inyectar.
- Es relativamente fácil de inyectar.
- Es un fluido eficaz para el desplazamiento de petróleo mediano a ligero.

Los procesos de inyección de agua se realizan con un esquema de pozos inyectoros y productores adecuados. La elección de un esquema se encuentra determinado por:

- La geometría del yacimiento.
- Si se utilizan pozos existentes, la ubicación de los mismos.
- Si se realizan pozos nuevos, el costo de perforación de dichos pozos.
- El aprovechamiento de una fuente de energía adicional, como la fuerza de gravedad.

Para la realización del simulador de flujo bifásico, agua desplazando petróleo, en este trabajo se utiliza un esquema lineal.

1.2 Algunos fenómenos físicos que pueden afectar la producción de petróleo durante una inyección.

La eficiencia del desplazamiento puede disminuir por:

- Entrampamiento de petróleo: En un medio poroso debido a la alta tensión interfacial entre el agua y petróleo, el petróleo que quedó en los poros, debido a las fuerzas capilares, adquiere una forma esférica como se observa en la Figura 1.1. Estas gotas de petróleo no podrán ser desplazadas, aunque se siga inyectando agua.

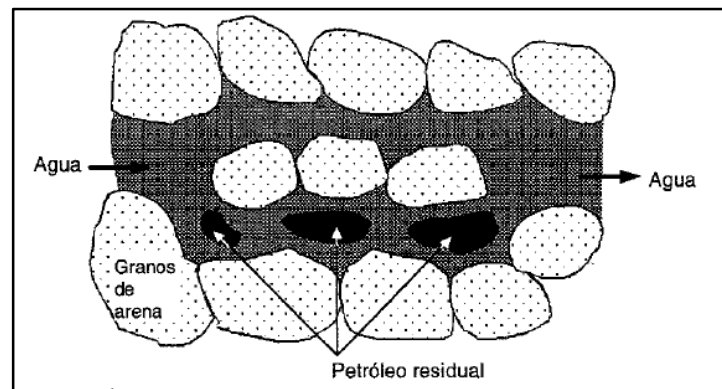


Figura 1.1- Petróleo entrampado en un medio poroso

- Fingering: Este fenómeno generalmente se produce cuando un fluido menos viscoso como el agua desplaza al petróleo que es más viscoso.

Capítulo 2: Propiedades de los fluidos y de la Roca

En el presente capítulo se describirán las principales propiedades de los fluidos y la roca, que se utilizaron en este trabajo.

2.1. Porosidad.

La porosidad es el espacio de roca que permite el almacenamiento de fluido debido a que no es un lugar ocupado por material sólido o mineral.

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} \quad (2.1)$$

Donde:

ϕ = porosidad

V_p = Volumen que ocupan los poros o espacios vacíos.

V_t = Volumen bruto de roca, incluye volumen de sólido y volumen de espacio vacíos.

La porosidad depende del empaquetamiento, presión de confinamiento, del cemento y tamaño de los granos que forman la roca.

2.1.1. Tipos de clasificación

La porosidad se puede clasificar según el tipo de comunicación entre los poros y según el origen de los mismos.

- Según el tipo de comunicación se pueden clasificar en:
 - Porosidad Efectiva: Se la define como el espacio poroso que se encuentra interconectado. Esta es la porosidad que se puede obtener en la mayoría de los porosímetros y es la porosidad que se utiliza en el cálculo de estimaciones de hidrocarburos debido a que es este volumen de hidrocarburo, que se encuentra en los poros interconectados, los que se pueden obtener parcialmente.
 - Porosidad Absoluta: Es la porosidad que se define como la razón entre el espacio poroso total en la roca (poros interconectados + poros aislados) y el volumen bruto de la roca (volumen de granos + volumen poral).
- Según el origen de los mismos se pueden clasificar en:

- Porosidad Primaria: Es la porosidad que se desarrolla al mismo tiempo que cuando se van depositando los sedimentos, y está formada por los espacios vacíos que se forman entre los fragmentos minerales y granos después de que se acumulan los sedimentos.
- Porosidad Secundaria: Es la porosidad que se forma por un proceso geológico posterior a cuando se depositó el sedimento.

2.2. Saturación

Se define a la Saturación de un fluido como la fracción de volumen poral que se encuentra ocupado por un volumen de fluido, sirve para estimar la cantidad de hidrocarburo contenido en un determinado volumen poral. Se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\text{Saturación del fluido} = \frac{\text{Volumen total de fluido}}{\text{Volumen Poroso}}$$

En este trabajo se utilizaron las siguientes saturaciones:

$$S_o = \frac{\text{Volumen de Petróleo}}{\text{Volumen poroso}} \quad (2.2)$$

$$S_w = \frac{\text{Volumen de Agua}}{\text{Volumen poroso}} \quad (2.3)$$

Como no consideramos gas, no tenemos en cuenta la saturación de gas, S_g .

El valor de cada saturación es menor a 1, y la suma de las saturaciones es igual a 1, también a veces se suele expresar a la saturación en porcentaje tomando valores entre 0 % a 100 %.

Es necesario definir dos saturaciones, S_{wc} y S_{or} , que tienen un gran significado físico:

- S_{wc} : Se la conoce como Saturación de Agua connata y hace referencia al volumen de agua que se encuentra en el volumen poral del yacimiento al momento del descubrimiento, la cual se considera como el remanente del agua que inicialmente fue depositada con la formación y que debido a la fuerza de la presión capilar existente, no pudo ser desplazada por los hidrocarburos cuando éstos migraron al yacimiento. A mayor S_{wc} menor será el espacio disponible para que sea ocupado por el hidrocarburo. En este trabajo se consideró al agua connata como irreductible.

- Sor: Se la conoce como Saturación de petróleo residual o irreductible, es el volumen de petróleo que permanecerá en los poros, inmóvil, durante un proceso de desplazamiento de petróleo crudo por agua.

Para que el petróleo pueda ser desplazado la saturación del mismo, S_o , tiene que ser mayor a la saturación residual, $S_o > S_{or}$.

2.3. Permeabilidad.

Es la capacidad que tiene la roca, la cual es un medio poroso, en dejar pasar los fluidos a través del mismo. La permeabilidad puede ser determinada a través de la ecuación de Darcy, la cual está dada por la siguiente expresión:

$$q = -\frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dl} \rightarrow v = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dl} \quad (2.4)$$

Donde:

- v es la velocidad aparente del fluido a través del medio poroso [cm/s]
- A es el Área transversal [cm²]
- q es la tasa de flujo [cm³/s]
- l la longitud de la arena [cm]
- μ es la viscosidad del fluido [cp]
- $\frac{dp}{dl}$ es el gradiente de presión [atm/cm]
- k es la permeabilidad del medio poroso [D]

Las unidades anteriores son unidades de Darcy, pero se pueden utilizar diferentes sistemas de unidades.

Parámetro	Símbolo	Dimensiones	Unidades				
			cgs	SI	Británicas	Darcy	Campo
Masa	M	M	g	Kg	lb	g	lb
Longitud	L	L	cm	m	ft	cm	ft
Tiempo	T	T	s	s	s	s	s
Velocidad	v	L/T	cm/s	m/s	ft/s	cm/s	ft/s
Tasa de Flujo	q	L ³ /t	cm ³ /s	m ³ /s	ft ³ /s	cm ³ /s	BN/día
Área	A	L ²	cm ²	m ²	ft ²	cm ²	ft ²
Densidad	ρ	M/L ³	g/cm ³	kg/m ³	lb/ft ³	g/cm ³	lb/ft ³
Viscosidad	μ	M/LT	g/(cm*s)	Pa.s	lbf-s/ft ²	cp	cp
Presión	P	(ML/T ²)/L ²	dina/cm ²	Pa	lbf/ft ²	atm	psi
Permeabilidad	k	L ²	cm ²	m ²	ft ²	Darcy	md

Durante la determinación de la permeabilidad se deben cumplir las siguientes condiciones:

- No existe reacción entre el fluido y la roca.
- Formación homogénea.
- 100% saturada con una sola fase.
- Fluido newtoniano.
- Temperatura constante.
- Flujo Incompresible, laminar y continuo.

En estas condiciones se obtiene la permeabilidad absoluta. En cambio, cuando en el medio poroso se encuentra saturada por dos o más fases, la permeabilidad que se obtiene es denominada permeabilidad efectiva.

2.4. Permeabilidad Efectiva.

En las formaciones con hidrocarburos, el medio poroso se encuentra saturado con dos o más fluidos, entonces para describir el comportamiento del flujo debe modificarse el concepto de permeabilidad absoluta. Cuando una muestra de un núcleo se encuentra saturada parcialmente por un fluido diferente al de prueba y estas saturaciones se mantienen constante a través del flujo, el valor de la permeabilidad del fluido de prueba estará por debajo del valor de permeabilidad absoluta, que se obtiene cuando la muestra se encuentra saturada al 100 % con el fluido de prueba, y a este valor medido se la conoce como permeabilidad efectiva. Esta permeabilidad se encuentra en función de la saturación, debido a que a medida que la saturación de la fase que se pretende medir disminuye, el valor de permeabilidad efectiva también disminuye.

En este trabajo no se considera la fase gaseosa (g), solo se considera petróleo (o) y agua (w), en consecuencia, solo se utilizaron las siguientes permeabilidades efectivas:

- k_o = permeabilidad efectiva al petróleo.
- k_w = permeabilidad efectiva al agua.

Una de las características de las permeabilidades efectivas de dos fases es que la suma de ellas es igual o menor a la permeabilidad absoluta.

$$k_o + k_w \leq k \quad (2.5)$$

2.5. Permeabilidad Relativa.

Este tipo de permeabilidad se la define para cada fase, como el cociente entre la permeabilidad efectiva de la fase a una determinada saturación, k_o o k_w con respecto a la permeabilidad absoluta, k , que es constante en un medio poroso determinado. Posee valores menores o igual a 1 y las siguientes son las expresiones para cada fluido:

- $k_{ro} = \frac{k_o}{k}$ es la permeabilidad relativa al petróleo.
- $k_{rw} = \frac{k_w}{k}$ es la permeabilidad relativa al agua.

En este trabajo se utilizaron dos expresiones propuesta por Smith [Smith (1966)] para poder determinar la curva de permeabilidad relativa en un sistema hidrófilo, durante un proceso de imbibición donde existe flujo simultáneo de petróleo y agua:

$$k_{rw} = S_w^4 * \left[\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

$$k_{ro} = \left[1 - \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right]^2 \quad (2.7)$$

Donde S_{or} es la saturación de petróleo irreductible y S_{wc} es la saturación de agua connata (la cual debe ser irreductible).

Aplicando las expresiones anteriores considerando valores de $S_{wc}=0,20$ y $S_{or}=0,25$, como ejemplo, se obtendría el siguiente *Gráfico 2.1*:

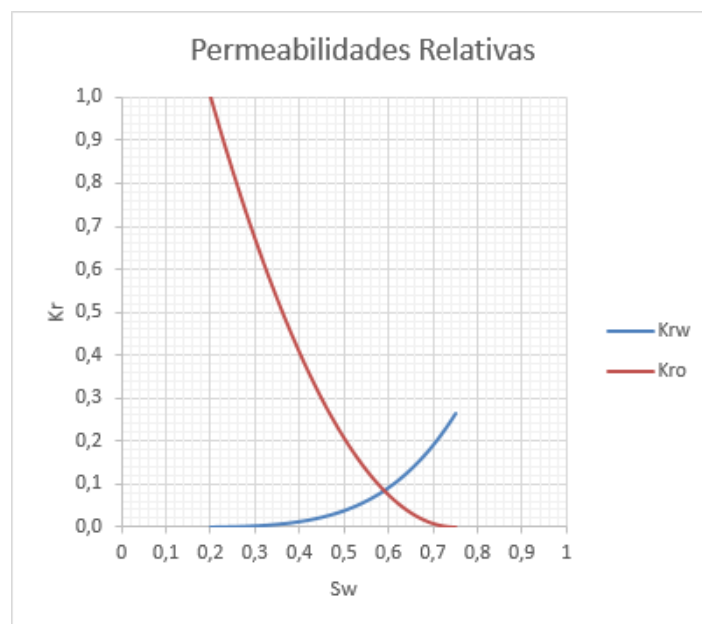


Gráfico 2.1

En general, siempre que se cumplan las condiciones del apartado 2.3, la forma de la curva de permeabilidades relativas está dada por la mojabilidad de la roca, es decir, si son:

- Rocas Hidrófilas: son rocas mojables al agua.
- Rocas Oleófilas: son rocas mojables al petróleo.

En la *Tabla 2.1.* se dan características usuales de las curvas de permeabilidades relativas agua-petróleo para rocas Hidrófilas y Oleófilas.

	Roca Hidrófilas	Roca Oleófilas
S_{wc}	$>0,20$	$< 0,15$
Saturación en el cruce de las curvas	$> 0,50$	$< 0,50$
k_{rw} (en el Sor)	$< 0,3$	$> 0,5$

Tabla 2.1

En este trabajo se consideró una roca hidrófila, lo cual se puede verificar comparando el gráfico con los valores de la tabla, donde se puede observar que el cruce de las curvas se produce para este ejemplo en $S_w \approx 0,59$ cumpliéndose $S_w > 0,50$ y el valor de k_{rw} (en el Sor) $\approx 0,26$ cumpliéndose k_{rw} (en el Sor) $< 0,3$.

2.6. Viscosidad.

Se define como la resistencia interna que opone el fluido bajo una fuerza tangencial al desplazamiento de algunas de sus moléculas con respecto a otras.

En este trabajo se consideraron dos viscosidades: viscosidad del agua, μ_w , y viscosidad del petróleo, μ_o , las cuales se encuentran en función de la temperatura, ambas disminuyen su valor a medida que la temperatura aumenta.

2.7. Presión Capilar.

En un sistema formados por Petróleo y Agua, se denomina como “Presión Capilar” a la diferencia de presión que existe entre la fase no mojante y la fase mojante en la interfase de estos dos fluidos inmiscibles

Este fenómeno aparece en los yacimientos debido a que los poros de la roca tienen dimensiones capilares. La presión Capilar se denota por P_c , y es igual a la presión de la fase no mojante, P_{nm} , menos la presión de la fase mojante, P_m :

$$P_c = P_{nm} - P_m \quad (2.8)$$

En este trabajo consideramos una roca hidrófila, como consecuencia, el agua es la fase mojante y el petróleo es la fase no mojante, por lo tanto, tenemos la siguiente expresión para la presión capilar:

$$P_c = P_o - P_w \quad (2.9)$$

La siguiente *Figura 2.1*, se puede observar una curva típica de presión capilar agua-petróleo en función de la saturación de agua.

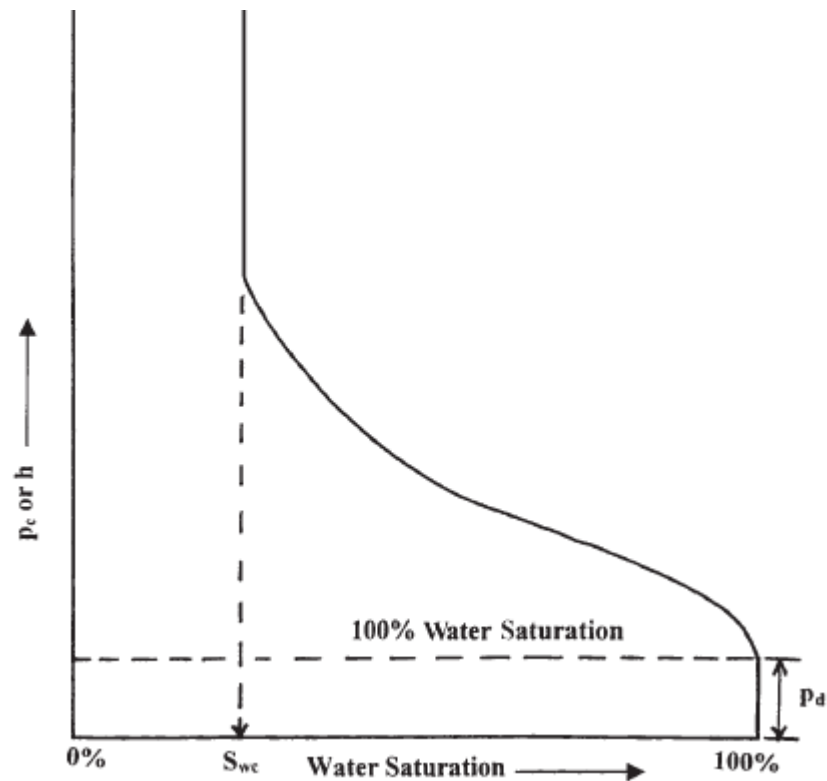


Figura 2.1. Curva de Presión Capilar. [Tarek; 2010]

En la *Figura 2.1* se puede observar en el eje de las abscisas valores de Saturación de Agua, S_w , entre 0% y 100%, y en el eje de las ordenadas se encuentran valores de presión capilar, P_c , que en este trabajo dicha presión puede tener unidades de *Psi* o *Atm*.

La presión capilar, a veces, se puede expresar en términos de altura “h” con unidades de *pies*.

2.8. Movilidad del fluido.

La Movilidad nos indica con qué facilidad el fluido se mueve en el yacimiento y se simboliza con λ . Se la define como el cociente entre la permeabilidad efectiva del fluido y la viscosidad del mismo. Para este trabajo se utilizó las movilidades de petróleo, λ_o , y agua, λ_w .

$$\lambda_o = \frac{k_o}{\mu_o} \quad \lambda_w = \frac{k_w}{\mu_w} \quad (2.10)$$

Se utiliza, para razones prácticas, un cociente de movilidades entre la fase desplazante, agua, y fase desplazada, petróleo, a este cociente se lo suele representar con la letra M y se la suele llamar *Razón de Movilidad*.

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{\frac{k_w}{\mu_w}}{\frac{k_o}{\mu_o}} = \frac{k_w \mu_o}{\mu_w k_o} \quad (2.11)$$

Generalmente, los valores de M se encuentran en el rango de 0,02 a 2, en la cual se considera desfavorable para el desplazamiento si $M > 1$ debido a que nos estaría indicando que el fluido desplazante se mueve más rápido que la fase desplazada, lo cual se llega a conclusión que se estaría canalizando el agua en este caso. Si $M < 1$, se considera que el desplazamiento es favorable debido a que nos está indicando que el agua se mueve más lento que el petróleo, por lo que se puede concluir que el desplazamiento del petróleo es más eficiente.

Por convención, para poder calcular el valor de M, la permeabilidad efectiva de la fase desplazante, agua, se la evalúa a la saturación promedio de dicha fase en la zona del medio poroso invadida, esto es *detrás* del frente de invasión y la permeabilidad efectiva de la fase desplazada, petróleo, se evalúa a la saturación de dicha fase en la zona por *delante* del frente de invasión.

Capítulo 3: Modelo Matemático del Flujo Bifásico

En el presente capítulo se realizará la descripción de dos importantes ecuaciones:

- Ecuación de la Ley de Darcy generalizada.
- Ecuación de la Conservación de la masa.

Estas dos ecuaciones tienen total importancia para modelar el comportamiento del desplazamiento de un flujo Bifásico Agua-Petróleo tanto en un plug, muestra que se utiliza en un laboratorio, como en una formación rocosa en un yacimiento.

3.1. Ecuación de Darcy generalizada.

A partir de la ecuación (2.4) que es la Ley de Darcy, que se utiliza para describir el movimiento de un flujo lineal y horizontal, la misma se puede generalizar agregando un término en el cual se considera la fuerza gravitatoria “**Inyección de agua y gas en yacimientos petrolíferos** - Magdalena Paris de Ferrer (2001)”.

$$q_l = -\frac{k_l A}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + C \rho_l g \sin(\alpha) \right) \quad l = o, w$$

A partir de la ecuación anterior aplicada para cada fluido, obtenemos la Ley de Darcy para describir cada fluido.

Para Agua:

$$q_w = -\frac{k_w A}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} + C \rho_w g \sin(\alpha) \right) \quad (3.1)$$

Para petróleo

$$q_o = -\frac{k_o A}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} + C \rho_o g \sin(\alpha) \right) \quad (3.2)$$

3.2. Ecuación de Conservación de masa

En este trabajo se utilizó la siguiente ecuación de conservación de masa, que es principio de la masa de cada fase/componente, teniendo en cuenta un volumen finito de área A, longitud Δx y porosidad ϕ . A continuación, se representa en la Figura (3.1) [Dake].

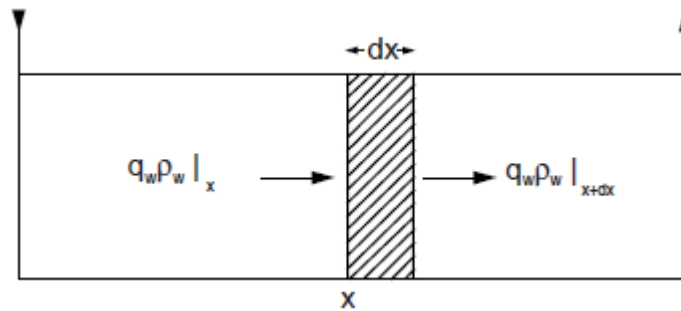


Figura 3.1- Caudal másico de agua a través de un elemento de volumen lineal $A\phi dx$.

La conservación de la masa que fluye a través del elemento de volumen $A\phi\Delta x$, puede expresarse como:

Caudal Másico (Entrada – Salida) = Tasa de aumento de masa en el volumen elemental

$$q_l \rho_l |_{x} - q_l \rho_l |_{x+dx} = A\phi dx \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} \quad l = o, w$$

Se puede reescribir como:

$$q_l \rho_l |_{x} - \left(q_l \rho_l |_{x} + \frac{\partial(q_l \rho_l) dx}{\partial x} \right) = A\phi dx \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} \quad l = o, w$$

Se puede reducir a

$$\frac{\partial(q_l \rho_l)}{\partial x} = -A\phi \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} \quad l = o, w \quad (3.3)$$

Aplicando la ecuación anterior para la conservación de la masa de agua y petróleo, obtenemos las siguientes ecuaciones que utilizaremos en este trabajo:

Para agua:

$$\frac{\partial(q_w \rho_w)}{\partial x} = -A\phi \frac{\partial(\rho_w S_w)}{\partial t} \quad (3.4)$$

Para petróleo

$$\frac{\partial(q_o \rho_o)}{\partial x} = -A\phi \frac{\partial(\rho_o S_o)}{\partial t} \quad (3.5)$$

3.3. Ecuación de Flujo fraccional de agua.

3.3.1 Tipos de Desplazamientos: El desplazamiento de dos fluidos inmiscibles en el medio poroso pueden ser de dos formas:

- Pistón sin fuga: En este caso en la zona invadida el petróleo residual no tiene movilidad, en esta zona la saturación del fluido desplazante, Agua, es máxima y la saturación del petróleo es residual.
- Pistón con fuga: En este caso, en la zona invadida, la saturación de agua no es máxima y el petróleo remanente tiene cierta movilidad, se produce un flujo de dos fases, donde la saturación del petróleo es mayor al S_{or} .

3.3.2 Ecuación de Flujo fraccional de Agua.

Para realizar la deducción de esta ecuación se considera un desplazamiento de Pistón con fuga, donde la fase desplazada es el petróleo y la fase desplazante es el agua.

La ecuación de flujo fraccional de agua, nos indica cual es la proporción de caudal de agua, q_w , con respecto al caudal total, q_t , que fluyen simultáneamente en un medio poroso.

Debido a que deseamos modelar el flujo de dos fluidos inmiscibles a través del medio poroso, aplicaremos la ley de Darcy generalizada para cada uno de los fluidos, entonces utilizaremos las ecuaciones (3.1) y (3.2). Estas dos ecuaciones se relacionan a partir de la ecuación (2.9) que corresponde a la presión capilar en una roca hidrófila.

$$P_c = P_o - P_w$$

A esta ecuación se le realiza una derivación con respecto a la variable “x”, obteniendo lo siguiente:

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = \frac{\partial P_o}{\partial x} - \frac{\partial P_w}{\partial x} \quad (3.6)$$

De las ecuaciones (3.1) y (3.2) podemos despejar las expresiones para $(\partial P_o/\partial x)$ y $(\partial P_w/\partial x)$:

$$\frac{\partial P_o}{\partial x} = -\frac{q_o \mu_o}{k_o A} - C \rho_o g \sin(\alpha)$$

$$\frac{\partial P_w}{\partial x} = -\frac{q_w \mu_w}{k_w A} - C \rho_w g \sin(\alpha)$$

Y reemplazándolas en (3.6) obtenemos:

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = -\frac{q_o \mu_o}{k_o A} - C \rho_o g \sin(\alpha) - \left(-\frac{q_w \mu_w}{k_w A} - C \rho_w g \sin(\alpha) \right) \quad (3.7)$$

Considerando que el flujo es incompresible y continuo, el caudal total es igual a la suma de los caudales de cada fase, entonces:

$$q_t = q_o + q_w \quad (3.8)$$

De la ecuación anterior, se puede despejar q_o y reemplazando en (3.7) se obtiene:

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = -\frac{(q_t - q_w)\mu_o}{k_o A} - C\rho_o g \text{sen}(\alpha) - \left(-\frac{q_w\mu_w}{k_w A} - C\rho_w g \text{sen}(\alpha)\right)$$

Se procede a despejar q_w :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_c}{\partial x} &= -\frac{q_t\mu_o}{k_o A} + \frac{q_w\mu_o}{k_o A} + \frac{q_w\mu_w}{k_w A} - C\rho_o g \text{sen}(\alpha) + C\rho_w g \text{sen}(\alpha) \\ q_w * \left(\frac{\mu_o}{k_o A} + \frac{\mu_w}{k_w A}\right) &= \frac{q_t\mu_o}{k_o A} + \frac{\partial P_c}{\partial x} - C\rho_w g \text{sen}(\alpha) + C\rho_o g \text{sen}(\alpha) \\ q_w &= \frac{\frac{q_t\mu_o}{k_o A} + \frac{\partial P_c}{\partial x} - C(\rho_w - \rho_o)g \text{sen}(\alpha)}{\left(\frac{\mu_o}{k_o A} + \frac{\mu_w}{k_w A}\right)} \end{aligned}$$

Multiplicando y dividiendo el segundo miembro por $(k_o A)/\mu_o$, se obtiene:

$$q_w = \frac{q_t + \frac{k_o A}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} - C(\rho_w - \rho_o)g \text{sen}(\alpha)\right)}{\left(1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}\right)}$$

Dividiendo por q_t obtenemos finalmente la ecuación de flujo fraccional de agua

$$f_w = \frac{q_w}{q_t} = \frac{1 + \frac{k_o A}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} - C(\rho_w - \rho_o)g \text{sen}(\alpha)\right)}{\left(1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}\right)} \quad (3.9)$$

Si se considera las unidades de Campo, se puede obtener la siguiente expresión:

$$f_w = \frac{1 + \frac{1,127 k_o A}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} - 0,433 \Delta \gamma \text{sen}(\alpha)\right)}{\left(1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}\right)}$$

Donde:

- k_o = permeabilidad efectiva al petróleo [mD].
- k_w = permeabilidad efectiva al agua [mD].
- A = área transversal [pies²].

- q_t = caudal de inyección [BPD].
- $\frac{\partial P_c}{\partial x}$ = gradiente de presión capilar [psi/ft].
- $\Delta\gamma = \gamma_w - \gamma_o$ = diferencia de gravedades específicas. [adimensional].

Distribuyendo se obtiene:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}} + \frac{1,127 k_o A}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} \right) - \frac{0,488 \frac{k_o A}{\mu_o q_t} \Delta\gamma \text{sen}(\alpha)}{1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}} \quad (3.10)$$

A partir de esta ecuación se puede observar que existen 3 fuerzas que controlan el flujo fraccional de Agua:

- Las fuerzas viscosas: Esta fuerza se encuentra representada por el primer término:

$$f_w (F \text{ viscosas}) = \frac{1}{1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}}$$

- Las fuerzas capilares: Se encuentra representado por el segundo término de la ecuación:

$$f_w (F \text{ capilares}) = \frac{1,127 k_o A}{\mu_o q_t} \left(\frac{\partial P_c}{\partial x} \right)$$

- Las fuerzas gravitacionales: Se encuentra representada por el tercer término de la ecuación:

$$f_w (F \text{ gravitacionales}) = - \frac{0,488 \frac{k_o A}{\mu_o q_t} \Delta\gamma \text{sen} \alpha}{1 + \frac{\mu_w k_o}{k_w \mu_o}}$$

La curva de Flujo fraccional tiene la forma de una S invertida, donde las S_w varían entre S_{wc} a $1 - S_{or}$, y f_w adquiere valores entre 0 a 1. En la *Figura 3.2.* se representa una curva de flujo fraccional.

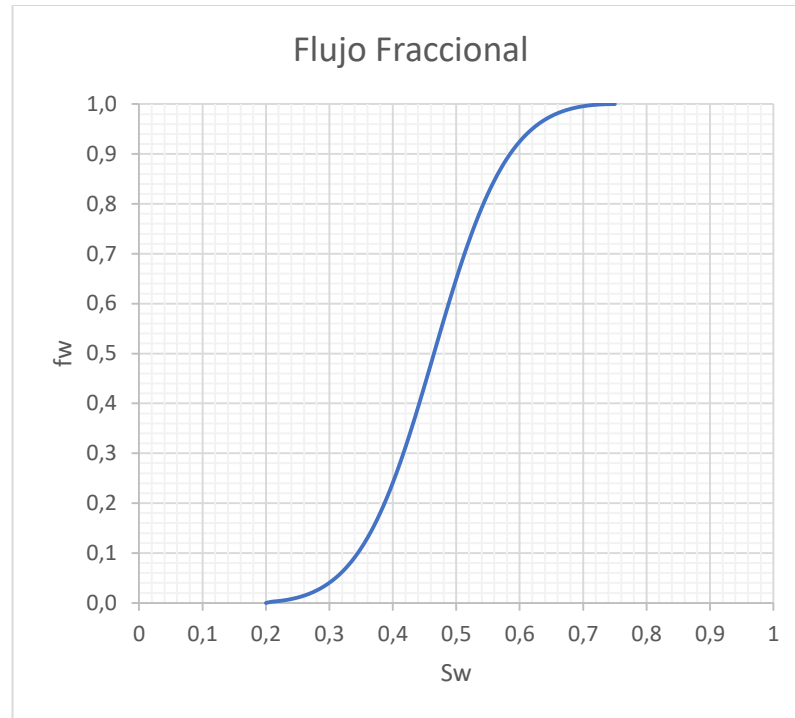


Figura 3.2.- Curva de flujo fraccional de Agua.

La curva anterior es de gran utilidad en la predicción y análisis del comportamiento de yacimientos durante el proceso de inyección de agua. De la figura anterior se puede concluir que para obtener una inyección más eficiente se requiere que el valor de flujo fraccional, f_w , sea mínimo en cualquier punto del yacimiento.

3.4. Modelo de flujo Bifásico: Agua-Petróleo. Ecuación de BUCKLEY-LEVERETT.

A continuación, se desarrolla la deducción de la ecuación de Buckley-Leverett, que es una ecuación básica para describir el desplazamiento inmisible en una dimensión, cuando el agua desplaza al petróleo en un medio poroso. La ecuación determina la velocidad de un plano de saturación de agua constante que viaja a través de un sistema lineal.

Este modelo se puede utilizar para:

- Simular la inundación con agua de una porción lineal de la roca reservorio situada entre un pozo inyector y un pozo productor, como se muestra en la *Figura 3.3*.
- Simular en laboratorio los ensayos de desplazamientos de petróleo por agua.

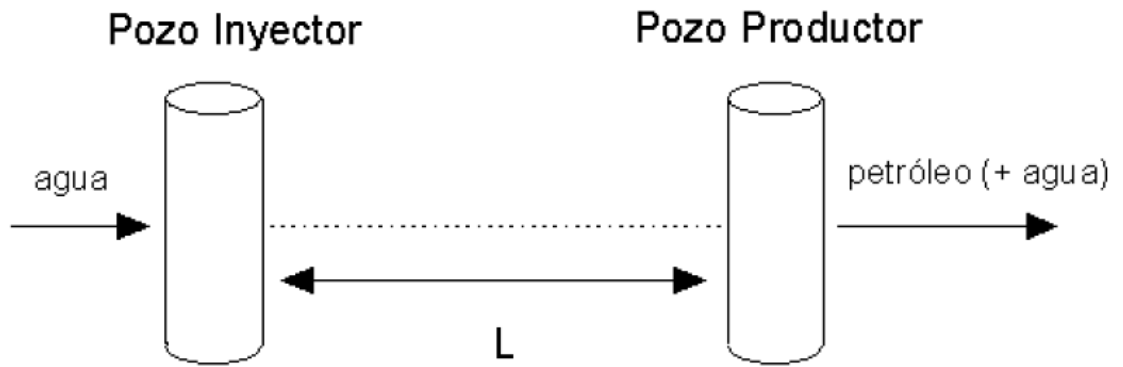


Figura 3.3- Modelo lineal de inyección de agua en un reservorio.

A partir de la ecuación 3.4, que fue deducida anteriormente utilizando la Ecuación de conservación de masa.

$$\frac{\partial(q_w \rho_w)}{\partial x} = -A\phi \frac{\partial(\rho_w S_w)}{\partial t} \quad (3.4)$$

Comenzamos la deducción de la ecuación de Buckley-Leverett.

Se considera que el fluido, agua, es incompresible, por lo tanto, se puede simplificar la ρ_w .

$$\frac{\partial q_w}{\partial x} \Big|_t = -A\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_x$$

Teniendo en cuenta que el flujo fraccional de agua es igual al caudal de agua dividido caudal total:

$$f_w = \frac{q_w}{q_t} \Rightarrow q_w = q_t f_w$$

Obtenemos:

$$\frac{\partial(q_t * f_w)}{\partial x} \Big|_t = -A\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \Big|_x$$

Como el caudal total, q_t , se asume constante, entonces:

$$\left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_x = -\frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_t \quad (3.10)$$

Esta ecuación da la saturación del agua como una función de tiempo en el punto x , del sistema lineal. Necesitamos la Saturación de agua como una función de x a un determinado tiempo t .

Partiendo de que la saturación S_w , es una función de x y t , Entonces podemos expresar la derivada total de S_w , como:

$$dS_w = \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_t dx + \left(\frac{\partial S_w}{\partial t}\right)_x dt$$

Nuestro objetivo es obtener una distribución de saturación en el yacimiento a un determinado tiempo, entonces necesitamos considerar el movimiento de una determinada saturación. Fijar una saturación S_w , implica que la $dS_w = 0$, con esta consideración y despejando en la ecuación anterior obtenemos:

$$\left(\frac{dS_w}{dt}\right)_{x,S_w} = -\frac{dx}{dt} \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_{t,S_w} \quad (3,11)$$

Igualando la ecuación (3,11) y (3,10).

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w} \left(\frac{\partial S_w}{\partial x}\right)_{t,S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_{t,S_w}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_{t,S_w} \left(\frac{\partial x}{\partial S_w}\right)_{t,S_w}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t,S_w}$$

$$v_{S_w} = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t,S_w}$$

Finalmente obtenemos la ecuación de Buckley-Leverett

$$v_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t,S_w} \quad (3.12)$$

De la ecuación (3.12) podemos concluir que para un caudal de inyección de agua constante, $q_w = q_t$, la velocidad de un plano de saturación de agua constante, $S_w = \text{constante}$, es directamente proporcional a la derivada del flujo fraccional evaluada para esa saturación, $(\partial f_w / \partial S_w)_{S_w}$. A partir de la ecuación anterior obtendremos, en el próximo capítulo, las soluciones analíticas.

Capítulo 4: Solución Analítica de Buckley y Leverett.

En este capítulo obtendremos algunos resultados de interés a partir de la ecuación de Buckley-Leverett.

4.1 Condición Inicial

Inicialmente consideramos que el reservorio se encuentra saturado con petróleo y agua connata S_{wc} .

En $x = 0$, se hace la hipótesis de que la saturación de agua es máxima, es decir, $S_w = 1 - S_{or}$, donde S_{or} es la saturación residual de petróleo. Además, suponemos que en este punto se inyecta agua.

Entonces:

$$S_w(x, t = 0) = \begin{cases} 1 - S_{or} & x = 0 \\ S_{wc} & 0 < x < L \end{cases} \quad (4.1)$$

4.2.- Punto alcanzado por un plano de Saturación de agua constante.

Partiendo de la ecuación (3.12), e integrándola entre un tiempo inicial, $t=0$, el cual corresponde al momento en el cual se comenzó a inyectar agua y tiempo posterior cualquiera de recuperación, obtenemos:

$$v_{S_w} = \frac{q_t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \quad (3.12)$$

Integrando entre $t=0$ y t

$$x_{S_w} = \int_0^t v_{S_w} dt = \frac{1}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \int_0^t q_t dt$$

$$x_{S_w} = \frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \quad (4.2)$$

La ecuación (4.2) utiliza unidades de Darcy, pero en unidades prácticas de Campo, se utiliza la siguiente ecuación (4.2.b)

$$x_{S_w} = \frac{5,615 q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \quad (4.2.b)$$

Donde:

- x_{S_w} = distancia recorrida en pies por una determinada saturación S_w , durante un tiempo t .
- $\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t,S_w}$ = pendiente de la curva f_w a la saturación S_w .
- q_t = caudal de inyección en BPD en condiciones de yacimiento.
- t = intervalo de tiempo en días.
- $q_t t = Wi$ Corresponde al agua inyectada acumulada y se supone como condición inicial que $Wi = 0$, cuando $t = 0$.

La ecuación (4.2) y (4.2.b), nos proporciona la distancia alcanzada por un plano de saturación de agua constante.

En ocasiones a modo de independizarse de los datos de cada ejemplo en particular, es conveniente la utilización de las siguientes variables adimensionales:

$$x_D = \frac{x}{L} \quad (4.3)$$

Donde L es la longitud del medio poroso entre pozo inyector y pozo productor.

$$t_D = \frac{q_t t}{A\phi L} = \frac{\text{Volumen de agua inyectada}}{\text{Volumen poral del medio poroso}} \quad (4.4)$$

Al tiempo adimensional, t_D , también se lo conoce como, *volúmenes porales inyectados*.

Teniendo en cuenta las variables adimensional descriptas anteriormente se puede reescribir la ecuación (4.2) como:

$$x_D = t_D \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t,S_w} \quad (4.5)$$

A partir de la ecuación (4.2), para poder determinar la distancia x_{S_w} , es necesario calcular la derivada de la curva fraccional con respecto a la S_w , para todos los valores de saturaciones de agua entre $S_{wc} < S_w < 1 - S_{or}$. Entonces podemos obtener el siguiente gráfico, que se muestra en la *Figura 4.1*.

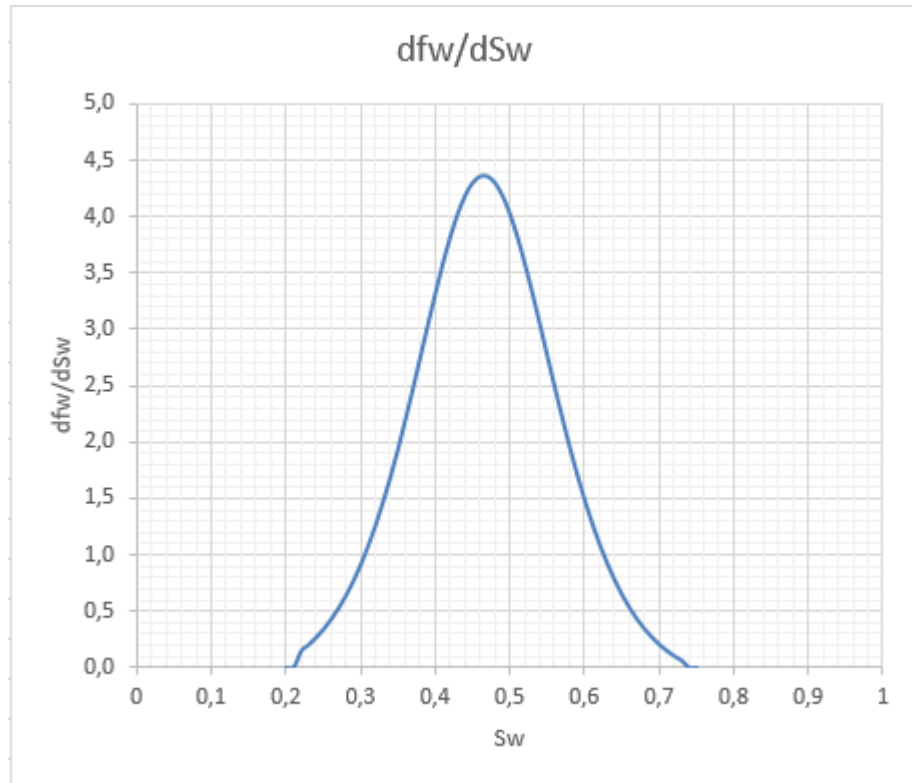


Figura 4.1- Curva con valores de derivadas de fw con respecto a Sw, para distintos valores de Sw.

Debido a que, la curva de flujo fraccional de agua, *Figura 3.2*, generalmente posee un punto de inflexión entonces la representación gráfica de $\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{t,S_w}$ vs S_w , presentará un punto máximo.

Como x_{S_w} es proporcional a $\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t,S_w}$, entonces podemos obtener un gráfico S_w vs x , invirtiendo la *Figura 4.1*. cómo se observará en la *Figura 4.2*.

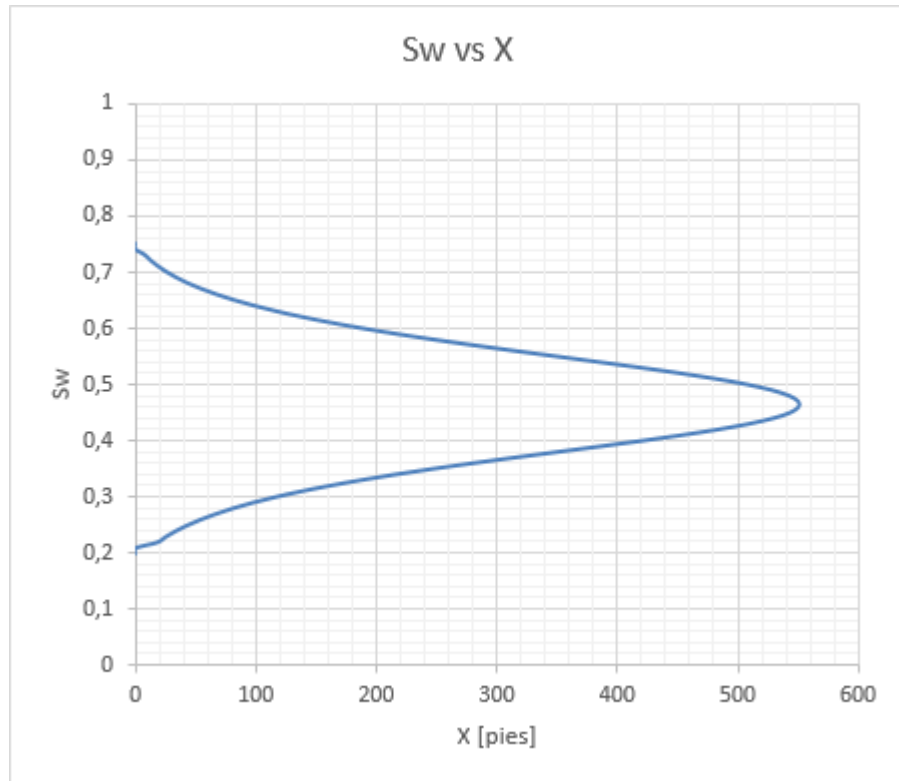


Figura 4.2.- Distribución de la Saturación de agua en función de la distancia x [en pies], para un determinado tiempo t .

La solución de $S_w(x)$ que se ve en la *Figura 4.2* presenta más de un valor de S_w para un determinado valor de x . Se llega a la conclusión de que este perfil de saturación es físicamente imposible, debido a que nos está indicando que, en un determinado punto del medio poroso, pueden existir múltiples saturaciones. Entonces se debe elegir una de las dos ramas.

Para hallar una solución a este problema, Buckley-Leverett, propusieron a partir de la *Figura 4.2* una compensación de áreas, Área A (por la derecha) y Área B (por la Izquierda), lo que conlleva a una caída abrupta de la saturación en el frente de avance, en donde la Saturación cae, en la posición x_f , (posición del frente), desde la S_{wf} (Saturación de agua en el frente) a S_{wc} . Este resultado se observa en la *Figura 4.3*.

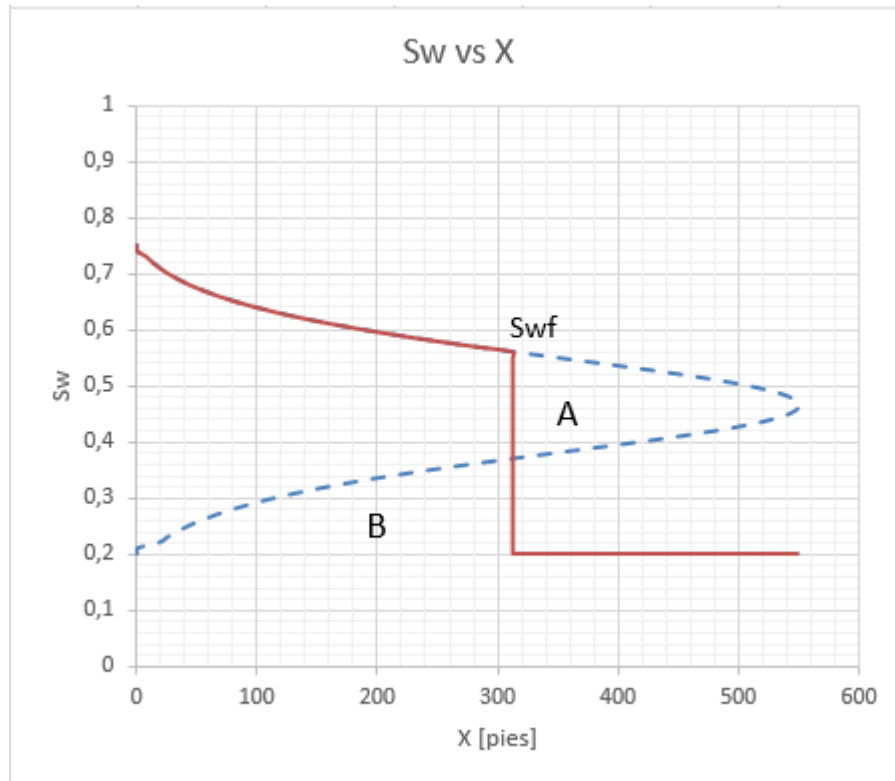


Figura 4.3.- Frente de Avance a partir de compensación de áreas A y B.

Por lo tanto, de la Figura 4.3, el resultado después de la compensación de áreas que está representado por la línea continua de color rojo, se puede concluir que aguas arriba del frente la saturación es la connata S_{wc} y aguas abajo del frente es válida la ecuación de Buckley-Leverett.

4.3.- Avance del frente de agua en el medio poroso

En un medio poroso, desde el pozo inyector al pozo productor, el avance del frente de agua, es proporcional a la cantidad de agua inyectada, W_i , pero suponiendo que el agua se inyecta a un caudal de inyección constante, q_i , entonces se puede concluir que dicho avance es proporcional al tiempo de inyección.

A continuación, se muestran diferentes curvas de avances, en el cual a partir de la ecuación (4.5)

$$x_D = t_D * \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \quad (4.5)$$

Se podrá hallar diferentes valores de x_D , en función de distintos valores de t_D .

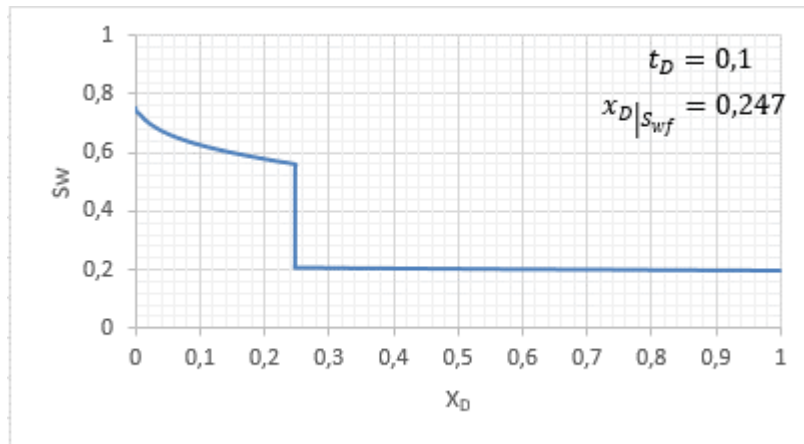


Figura 4.4.- Avance del frente de agua para $t_D = 0,1$.

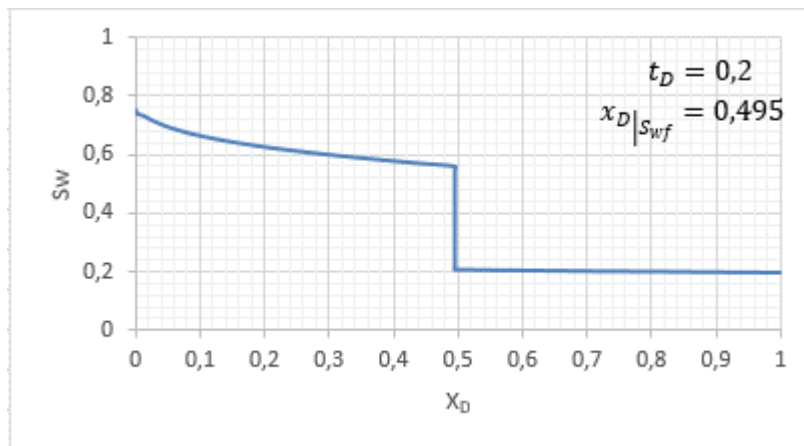


Figura 4.5.- Avance del frente de agua para $t_D = 0,2$.

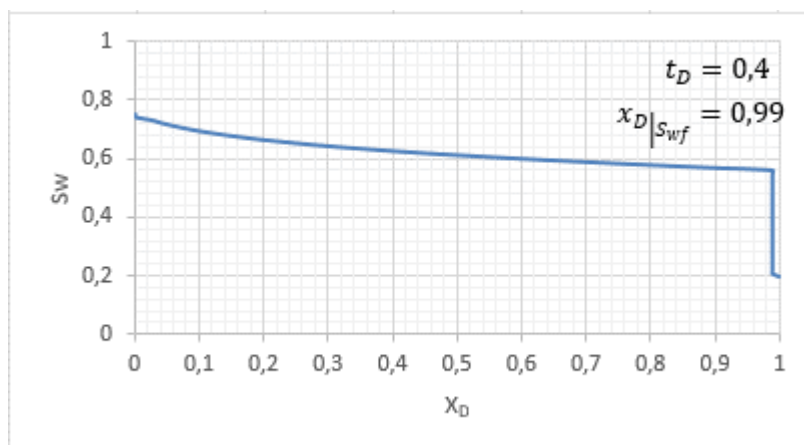


Figura 4.6.- Avance del frente de agua para $t_D = 0,4$.

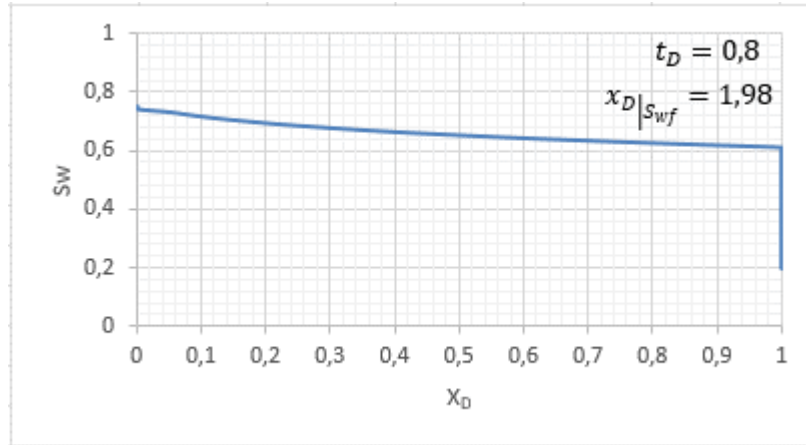


Figura 4.7.- Avance del frente de agua para $t_D = 0,8$.

El tiempo en el cual $x_D = 1$, es decir, que el frente irrumpió en el pozo productor, a ese tiempo se lo denomina tiempo de ruptura, t_{bt} . Además, cabe destacar que el valor de S_{wf} , se mantiene constante desde el momento en el que comienza la inyección, $t = 0$, hasta el momento de la ruptura, $t = t_{bt}$.

El valor de S_{wf} , que se observa en la Figura 4.3 se puede estimar de varias maneras:

- Realizando un balance de masa de agua para un determinado tiempo de inyección $t < t_{bt}$:

$$\text{Agua Inyectada} = q_t t$$

$$\text{Agua en el medio poroso} = A\phi \left[x_{S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + \int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} x_{S_w} dS_w \right]$$

Igualando las dos ecuaciones anteriores:

$$q_t t = A\phi \left[x_{S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + \int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} x_{S_w} dS_w \right] \quad (4.6)$$

Considerando la ecuación 4.2. y expresándola para: S_{wf} y $1-S_{or} = S_w \text{ máx.}$

$$x_{S_{wf}} = \frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}}$$

$$x_{S_w \text{ máx.}} = \frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w \text{ máx.}}$$

Reemplazando en la ecuación (4.6), se obtiene:

$$q_t t = A\phi \left[\frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + \frac{q_t t}{A\phi} (f_{w S_w \text{ máx}} - f_{w S_{wf}}) \right]$$

Simplificando

$$1 = \left[\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + (f_{w S_w \text{ máx}} - f_{w S_{wf}}) \right]$$

Como

$$f_{w S_w \text{ máx}} = 1$$

Entonces

$$1 = \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + (1 - f_{w S_{wf}})$$

Despejando:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} = \frac{f_{w S_{wf}} - 0}{S_{wf} - S_{wc}} \quad (4.7)$$

Teniendo en cuenta la *Figura 3.2* y la ecuación (4.7), debido a que el frente es un plano de saturación constante que se mueve a mayor velocidad, se puede deducir que el resultado de la ecuación (4.7) será la máxima pendiente de una recta que se pueda trazar sobre la curva de flujo fraccional de agua que pasa por los puntos $(S_{wc}, 0)$ y un punto sobre la curva. (S_{wf}, f_{wf}) .

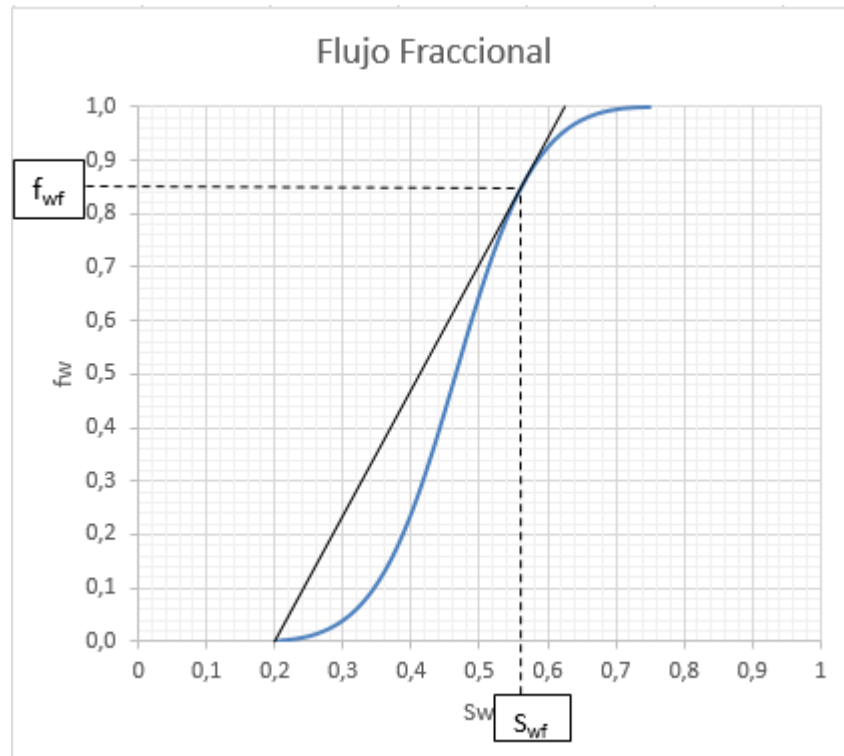


Figura 4.8- Encontrando S_{wf} y f_{wf} .

En la *Figura 4.8*. se puede observar que la recta logra la máxima pendiente cuando es tangente a la curva de flujo fraccional de agua, y el punto de tangencia corresponde al (S_{wf}, f_{wf}) .

En este trabajo se consideró que la línea tangente a la curva de flujo fraccional siempre comienza a trazarse desde el punto correspondiente a la saturación de agua connata, S_{wc} y flujo fraccional nulo, debido a que en algunos casos la saturación de agua inicial es mayor que la S_{wc} , entonces dicha línea no se originaría en el extremo de la curva de flujo fraccional debido a que siempre debe trazarse desde el punto correspondiente a la saturación de agua inicial.

4.4. Cálculo de la Saturación Promedio hasta el tiempo de ruptura.

Al igual que la S_{wf} , la Saturación de agua promedio, S_{wp} , para la región detrás del frente de invasión, se mantiene constante hasta el tiempo de ruptura. Para hallar su valor, se puede hacer un balance de masa de agua para un determinado tiempo $t \leq t_{bt}$.

Teniendo en cuenta la Figura 4.9.

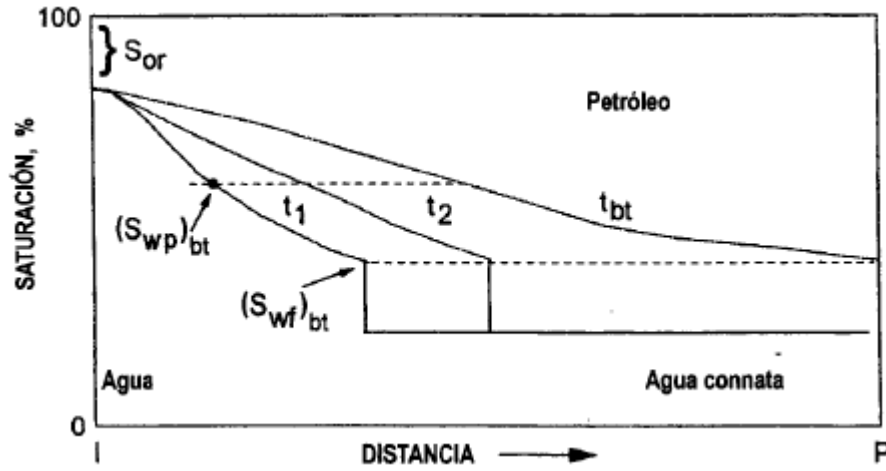


Figura 4.9.- Distribución de Saturación entre Inyector y Productor, a tres tiempos distintos t_1 , t_2 y tiempo de ruptura t_{bt} . (Paris de Ferrer ; 2001).

Realizamos un balance de masa de agua inyectada:

$$\text{Agua Inyectada} = A\phi x_{S_{wf}}(S_{wp} - S_{wc})$$

$$\text{Agua en el medio poroso} = A\phi \left[x_{S_{wf}}(S_{wf} - S_{wc}) + \int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} x_{S_w} dS_w \right]$$

Igualando:

$$A\phi x_{S_{wf}}(S_{wp} - S_{wc}) = A\phi \left[x_{S_{wf}}(S_{wf} - S_{wc}) + \int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} x_{S_w} dS_w \right] \quad (4.8)$$

Reemplazando la ecuación (4.2) evaluada en el frente, $x_{S_{wf}}$, en la (4.8), obtenemos lo siguiente:

$$A\phi \frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wp} - S_{wc}) = A\phi \left[\frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + \int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} \frac{q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} dS_w \right]$$

Simplificando, obtenemos:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wp} - S_{wc}) = \left[\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wf} - S_{wc}) + \int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} dS_w \right]$$

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} (S_{wp} - S_{wf}) = \left[\int_{S_{wf}}^{1-S_{or}} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} dS_w \right]$$

Resolviendo la integral:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_{wf}} (S_{wp} - S_{wf}) = 1 - f_{wf}$$

De la ecuación anterior podemos despejar la ecuación para calcular la Saturación de agua promedio, S_{wp} .

$$S_{wp} = S_{wf} + \frac{1 - f_{wf}}{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_{wf}}} \quad (4.9)$$

El valor de $\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_{wf}}$, se obtiene con la ecuación (4.7) o con el valor de la pendiente de la recta tangente en la Figura 4.8. Si se reescribe la ecuación (4.9) de la siguiente manera:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_{wf}} = \frac{1 - f_{wf}}{S_{wp} - S_{wf}} \quad (4.10)$$

Se llega a la conclusión de que se puede obtener el valor de S_{wp} gráficamente extrapolando la recta tangente a la curva de flujo fraccional a $f_w = 1$, ya que se sabe que dicha recta pasa por los puntos (S_{wf}, f_{wf}) y $(S_{wp}, 1)$. En la Figura 4.10, se esquematiza como se obtiene S_{wp} gráficamente.

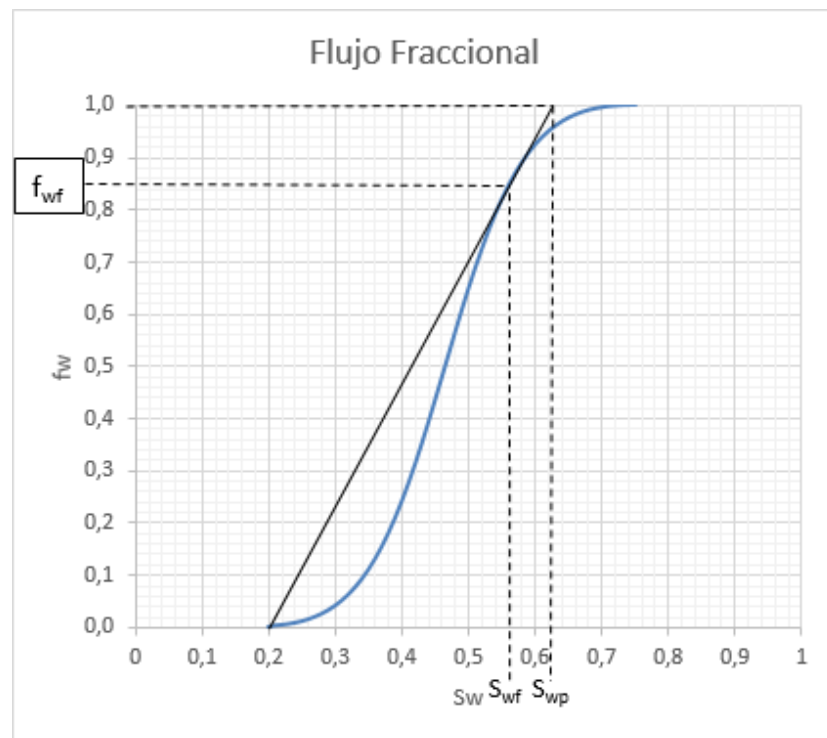


Figura 4.10.- Determinación gráfica de S_{wp} .

La ecuación (4.10) es también conocida como Ecuación de Welge, debido a que nos permite obtener la saturación promedio detrás del frente de choque, S_{wp} , se puede aplicar dicha ecuación para hallar la Saturación en el pozo productor, o a la salida del medio poroso, en el tiempo de ruptura o en un tiempo posterior.

4.5. Cálculo del Tiempo de ruptura, t_{bt} .

El tiempo de ruptura, t_{bt} , (tiempo breakthrough), es el tiempo que tarda el frente de saturación en irrumpir en el pozo productor, este tiempo se puede calcular considerando la ecuación (4.2.b), la cual es evaluada cuando el frente de saturación recorre una distancia L , $x=L$, en un tiempo, t_{bt} , entonces, obtenemos:

$$L = \frac{5,615 q_t t_{bt}}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}}$$

Despejando el tiempo de ruptura, se obtiene:

$$t_{bt} = \frac{LA\phi}{5,615q_t} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} \quad (4.11)$$

4.6. Determinación de la distancia recorrida por la Saturación al tiempo de ruptura.

Suponiendo que el frente de Saturación se encuentra en el pozo productor, en un tiempo, t_{bt} , utilizando la ecuación (4.2.b).

$$L = \frac{5,615q_t t_{bt}}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}} \quad (4.12)$$

Además, para el mismo tiempo, t_{bt} , se tiene que, para un valor de saturación de agua entre, $S_{wf} \leq S_w \leq S_{w \text{ máx}}$, recorre una distancia x_{S_w} , desde el punto de inyección.

$$x_{S_w} = \frac{5,615q_t t_{bt}}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \quad (4.13)$$

A continuación, dividimos la ecuación (4.13) por la (4.12), y despejando x_{S_w} , obtenemos la siguiente expresión:

$$x_{S_w} = L \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w}}{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{wf}}} \quad (4.14)$$

A partir de esta ecuación podemos determinar cómo se distribuye la saturación a diferentes tiempos.

4.7 Cálculo de Saturaciones promedios para tiempos posteriores a la ruptura.

Como se ha concluido anteriormente, el valor de la S_{wf} y S_{wp} se mantiene constante hasta el momento de la ruptura. Después de la ruptura, la S_{wf} en la salida del medio poroso y en consecuencia la S_{wp} , comienzan a aumentar, hasta llegar como máximo al valor de $S_w máx.$, que es igual a $1-S_{or}$. Esto lo podemos ver en el esquema de la Figura 4.11.

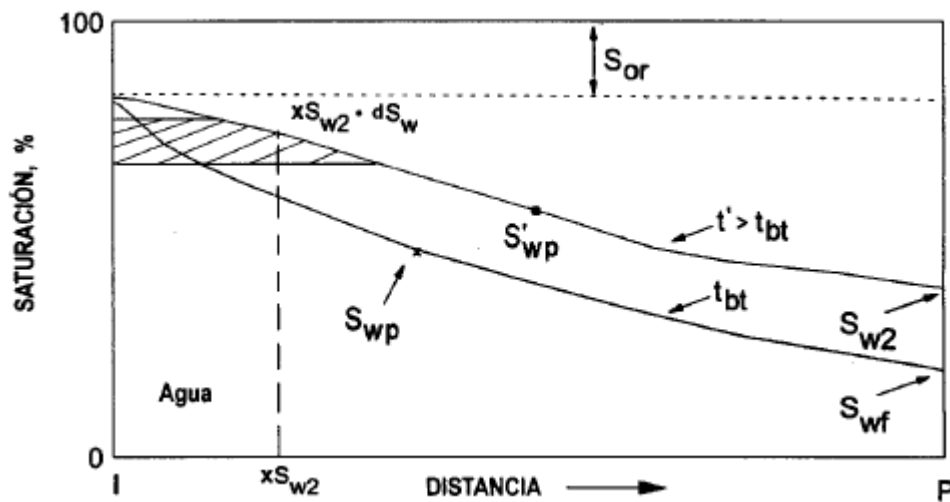


Figura 4.11- Distribución de S_w en t_{bt} , $t' > t_{bt}$ hasta el momento en el que

$$S_w = 1 - S_{or}.$$

Para calcular el valor de S'_{wp} , Saturación de agua promedio a tiempo $t' > t_{bt}$, se realizará un balance de masa, estimando el volumen de agua inyectada que existe en el medio poroso a un tiempo t' .

Considerando la Figura 4.11, el volumen de agua inyectada será:

$$A\phi L(S'_{wp} - S_{wc}) = A\phi \left[L(S_{w2} - S_{wc}) + \int_{S_{w2}}^{1-S_{or}} x_{S_w} dS_w \right] \quad (4.15)$$

Según la ecuación (4.2.b), L y x_{S_w} , adquiere la siguiente expresión:

$$L = \frac{5,615q_t t'}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}}$$

$$x_{S_w} = \frac{5,615q_t t'}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w}$$

Reemplazando en (4.15), obtenemos:

$$A\phi \frac{5,615q_t t'}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S'_{wp} - S_{wc})$$

$$= A\phi \left[\frac{5,615q_t t'}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S_{w2} - S_{wc}) \right.$$

$$\left. + \int_{S_{w2}}^{1-S_{or}} \frac{5,615q_t t'}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} dS_w \right]$$

Simplificando y resolviendo la integral, se obtiene:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S'_{wp} - S_{wc}) = \left[\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S_{w2} - S_{wc}) + \int_{S_{w2}}^{1-S_{or}} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} dS_w \right]$$

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S'_{wp} - S_{wc}) = \left[\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S_{w2} - S_{wc}) + (1 - f_{w2}) \right]$$

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} (S'_{wp} - S_{w2}) = (1 - f_{w2})$$

Despejando el valor de la Saturación de agua promedio.

$$S'_{wp} = S_{w2} + \frac{(1 - f_{w2})}{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}}} \quad (4.16)$$

También a partir de la ecuación anterior podemos despejar la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}} = \frac{(1 - f_{w2})}{(S'_{wp} - S_{w2})} \quad (4.17)$$

De la ecuación (4.17) podemos observar que tiene la misma forma que la ecuación (4.10), por lo tanto, se llega a la conclusión de que la ecuación de Welge también es aplicable

para tiempos posteriores a la ruptura, donde la S_{w2} en el extremo del medio poroso, tiene un valor $S_{wf} \leq S_{w2} \leq S_{w \text{ máx.}}$. En la Figura 4.12 se muestra como se encuentra S'_{wp} , gráficamente, donde se puede observar que el valor de S'_{wp} se determina al extrapolar una recta tangente a la curva de flujo fraccional de agua en S_{w2} .

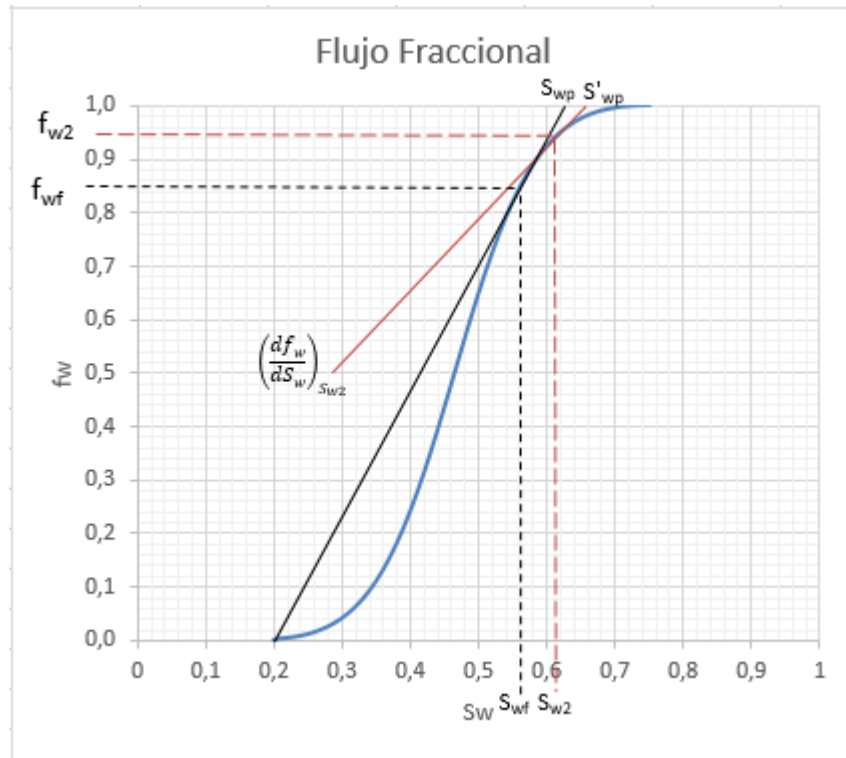


Figura 4.12.- Determinación gráfica de S'_{wp}

Para hallar el valor de avance para cada S_w , entre los valores $S_{wf} \leq S_{w2} \leq S_{w \text{ máx.}}$ se debe reemplazar el valor de la derivada en S_{w2} , en la ecuación (4.12), entonces:

$$x_{S_w} = L \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_w}}{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_{w2}}} \quad (4.18)$$

Capítulo 5: Método numérico para el desarrollo del Simulador Unidireccional Agua-Petróleo.

En el presente capítulo se realizará una explicación de cómo se desarrollaron las ecuaciones diferenciales de Darcy en conjunto con la ecuación de Conservación de la masa, con el fin de obtener a través de la utilización de diferencia finitas, dos ecuaciones, con las cuales se obtienen valores de presiones de agua y saturaciones de agua a lo largo del medio poroso.

5.1. Ecuaciones diferenciales para flujo bifásico unidimensional.

Partiendo de la ecuación generalizada de Darcy, con la cual se dedujo las ecuaciones (3.1) y (3.2):

$$q_l = -\frac{k_l A}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + C \rho_l g \text{sen}(\alpha) \right) \quad l = o, w$$

Se puede reescribir según el sistema de unidades que se esté utilizando, obteniéndose así las siguientes ecuaciones.

- Unidades Darcy:

$$q_l = -\frac{k_l A}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + \frac{\rho_l g}{1,03310^6} \text{sen}(\alpha) \right) \quad l = o, w \quad (5.1)$$

- Unidades de Campo

$$q_l = -1,127 \times 10^{-3} \frac{k_l A}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + 0,433 \gamma_l \text{sen}(\alpha) \right) \quad l = o, w \quad (5.2)$$

Y considerando la ecuación (3.3), que hace referencia a la conservación de la masa de un líquido l , en un medio poroso:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(q_l \rho_l)}{\partial x} &= -A \phi \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} & l = o, w & \quad (3.3) \\ -\frac{\partial(q_l \rho_l)}{\partial x} &= A \phi \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} \end{aligned}$$

A la ecuación anterior, se le agrega un término que nos indica una fuente de masa, $Q'_l \rho_l$. Entonces:

$$-\frac{\partial(q_l \rho_l)}{\partial x} = A\phi \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} - \frac{Q'_l \rho_l}{dx} \quad l = o, w \quad (5.3)$$

La variable Q'_l es el caudal de Inyección/Producción. Por convención se considera (+) si se inyecta y (-) si es un caudal de producción.

La ecuación que modela un flujo bifásico en un medio poroso, en unidades prácticas como son las unidades de Campo, se obtiene al reemplazar la ecuación (5.2) en la ecuación (5.3).

$$\frac{\partial \left(1,127 \times 10^{-3} \frac{k_l A}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + 0,433 \gamma_l \text{sen}(\alpha) \right) \rho_l \right)}{\partial x} = A\phi \frac{\partial(\rho_l S_l)}{\partial t} - \frac{Q'_l \rho_l}{dx} \quad (5.4)$$

Considerando la siguiente hipótesis simplificativa:

- Las densidades de agua y petróleo, ρ_w y ρ_o , son constantes debido a que se considera que los fluidos son incompresibles.

Debido a la hipótesis anterior, podemos simplificar la ρ_l y dividiendo por el área transversal constante A, obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial \left(1,127 \times 10^{-3} \frac{k_l}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + 0,433 \gamma_l \text{sen}(\alpha) \right) \right)}{\partial x} = \phi \frac{\partial(S_l)}{\partial t} - \frac{Q'_l}{Adx}$$

Se asume:

$Q_l = \frac{Q'_l}{Adx}$; es el caudal de inyección o producción, por unidad de volumen de reservorio.

También se puede reescribir la permeabilidad efectiva de la siguiente manera:

$$k_l = k k_{r_l}$$

Entonces podemos reescribir la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \left(C \frac{k k_{r_l}}{\mu_l} \left(\frac{\partial P_l}{\partial x} + 0,433 \gamma_l \text{sen}(\alpha) \right) \right)}{\partial x} = \phi \frac{\partial(S_l)}{\partial t} - Q_l \quad (5.5)$$

Donde:

$$C = 1,127 \times 10^{-3}.$$

5.2. Modelo Matemático

Procedemos a realizar el desarrollo de la solución numérica del siguiente sistema de ecuaciones, que modela el flujo bifásico:

- Para Agua:

$$\frac{\partial \left(C \frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} + 0,433 \gamma_w \text{sen}(\alpha) \right) \right)}{\partial x} = \phi \frac{\partial (S_w)}{\partial t} - Q_w \quad (5.6)$$

- Para Petróleo:

$$\frac{\partial \left(C \frac{k k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} + 0,433 \gamma_o \text{sen}(\alpha) \right) \right)}{\partial x} = \phi \frac{\partial (S_o)}{\partial t} - Q_o \quad (5.7)$$

$$S_o + S_w = 1 \quad (5.8)$$

$$P_o - P_w = P_c \Rightarrow P_o = P_w + P_c \quad (5.9)$$

Obtendremos la solución numérica utilizando diferencias finitas en las ecuaciones (5.6) y (5.7), mediante la técnica denominada IMPES (Implícito en Presión y Explícito en Saturación). Este método se basa en calcular las presiones para el tiempo $n+1$, p_w^{n+1} , en forma implícita para luego obtener las saturaciones en el tiempo $n+1$, S_w^{n+1} , de forma explícita. La ventaja de este método es que requiere menor tiempo de cómputo y capacidad de almacenamiento que los métodos totalmente implícitos. Como se verá más adelante, su principal inconveniente es que se necesita pequeños incrementos en el tiempo para evitar inestabilidades.

El medio poroso de longitud L y sección transversal constante A , se puede discretizar de la siguiente manera, considerando un modelo lineal de N bloques con puntos centrados equiespaciados, como muestra la *Figura 5.1*.

$$\text{Los puntos son } x_i = \left(i - \frac{1}{2} \right) \Delta x \quad i = 1, 2, \dots, N - 1, N.$$

El tiempo se discretiza con un incremento temporal Δt , entonces,

$$t^n = n \Delta t \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Las presiones y saturaciones en (x_i, t^n) se denotan de la siguiente manera P_i^n, S_i^n , respectivamente.

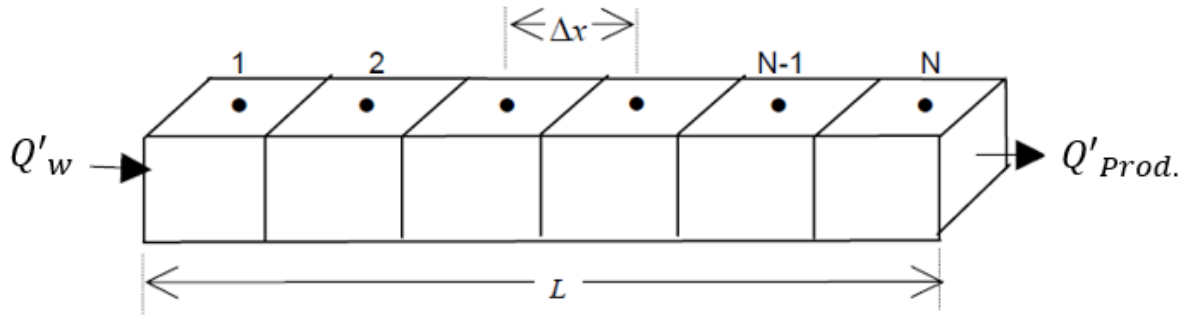


Figura 5.1.- Grilla de bloques centrados

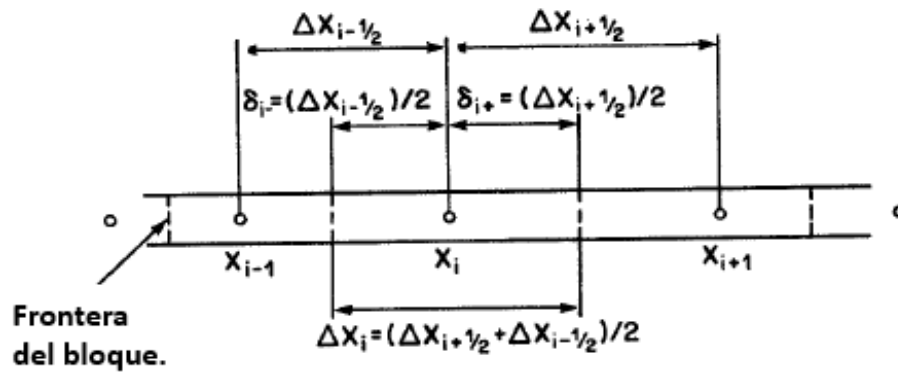


Figura 5.2.- [Khalid Aziz - (1979)]

Para un nodo i , se procede a discretizar las ecuaciones (5.6) y (5.7), de la siguiente manera:

Para agua:

$$\frac{\left[\left(\frac{Ckk_{rw}}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^n \frac{(P_{wi+1}^{n+1} - P_{wi}^{n+1})}{\Delta x} + \left(\frac{Ckk_{rw}}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^n (0,433\gamma_w \text{sen}(\alpha)) \right] - \left[\left(\frac{Ckk_{rw}}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^n \frac{(P_{wi}^{n+1} - P_{wi-1}^{n+1})}{\Delta x} + \left(\frac{Ckk_{rw}}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^n (0,433\gamma_w \text{sen}(\alpha)) \right]}{\Delta x} = \frac{\phi(S_{wi}^{n+1} - S_{wi}^n)}{\Delta t} - Q_{wi}$$

Para petróleo:

$$\frac{\left[\left(\frac{Ckk_{ro}}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^n \frac{(P_{oi+1}^{n+1} - P_{oi}^{n+1})}{\Delta x} + \left(\frac{Ckk_{ro}}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^n (0,433\gamma_o \text{sen}(\alpha)) \right] - \left[\left(\frac{Ckk_{ro}}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^n \frac{(P_{oi}^{n+1} - P_{oi-1}^{n+1})}{\Delta x} + \left(\frac{Ckk_{ro}}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^n (0,433\gamma_o \text{sen}(\alpha)) \right]}{\Delta x} = \frac{\phi(S_{oi}^{n+1} - S_{oi}^n)}{\Delta t} - Q_{oi}$$

Considerando que podemos reescribir algunos términos de la siguiente manera:

$$T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n = \left(\frac{Ckk_{rw}}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^n ; T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n = \left(\frac{Ckk_{ro}}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^n ; T_{i+\frac{1}{2}}^n = T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n$$

$$T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n = \left(\frac{Ckk_{rw}}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^n ; T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n = \left(\frac{Ckk_{ro}}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^n ; T_{i-\frac{1}{2}}^n = T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n$$

$$\beta_w = 0,433\gamma_w \text{sen}(\alpha)$$

$$\beta_o = 0,433\gamma_o \text{sen}(\alpha)$$

Además, derivando la ecuación (5.8), obtenemos:

$$S_o + S_w = 1 \Rightarrow \frac{\partial S_o}{\partial t} + \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0$$

Sumando las ecuaciones (5.6) y (5.7) discretizadas:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x} \left[\left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1})}{\Delta x} + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \beta_w \right) - \left(T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{w_i}^{n+1} - P_{w_{i-1}}^{n+1})}{\Delta x} + T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \beta_w \right) + \right. \\ & \left. \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{o_{i+1}}^{n+1} - P_{o_i}^{n+1})}{\Delta x} + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \beta_o \right) - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{o_i}^{n+1} - P_{o_{i-1}}^{n+1})}{\Delta x} + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \beta_o \right) \right] = - Q_{total_i} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Donde:

$$Q_{total_i} = Q_{w_i} + Q_{o_i}$$

En el **Anexo A**, se muestra paso a paso, todas las operaciones que se le realizan a la ecuación (5.10), inclusive la sustitución de $P_o = P_w + P_c$ para obtener como resultado la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} & T_{i-\frac{1}{2}}^n P_{w_{i-1}}^{n+1} - \left(T_{i-\frac{1}{2}}^n + T_{i+\frac{1}{2}}^n \right) P_{w_i}^{n+1} + T_{i+\frac{1}{2}}^n P_{w_{i+1}}^{n+1} \\ & = T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{c_i}^n - P_{c_{i-1}}^n) - T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{c_{i+1}}^n - P_{c_i}^n) - \left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) \Delta x \beta_w \\ & - \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) \Delta x \beta_o - \Delta x^2 Q_{total_i} \end{aligned} \quad (5.11)$$

La ecuación (5.11) se la puede denominar ecuación en presión, debido a que no aparecen explícitamente las saturaciones, pero si coeficientes que dependen de la saturación. Esta ecuación la podemos resolver utilizando el Algoritmo de Thomas, el cual sirve para resolver sistema de ecuaciones, en donde las ecuaciones tienen la siguiente forma:

$$a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i$$

Si consideramos las presiones de agua en las posiciones $i-1$; i ; $i+1$, como la coordenada de posición, x , la ecuación anterior adopta la siguiente forma:

$$a_i P_{w_{i-1}}^{n+1} + b_i P_{w_i}^{n+1} + c_i P_{w_{i+1}}^{n+1} = d_i \quad (5.12)$$

En donde:

$$a_i = T_{i-\frac{1}{2}}^n$$

$$b_i = -\left(T_{i-\frac{1}{2}}^n + T_{i+\frac{1}{2}}^n\right)$$

$$c_i = T_{i+\frac{1}{2}}^n$$

$$d_i = T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{c_i}^n - P_{c_{i-1}}^n) - T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{c_{i+1}}^n - P_{c_i}^n) - \left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n\right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n\right) \Delta x \beta_o - \Delta x^2 Q_{total_i}$$

Al evaluar la ecuación (5.12) para todos los puntos $i= 1, 2, \dots, N-1, N$, se forma una matriz tridiagonal, como la que se muestra a continuación.

$$AP = D$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & \dots & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ & 0 & \dots & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ & & & 0 & a_N & b_N \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{w_1}^{n+1} \\ P_{w_2}^{n+1} \\ \vdots \\ P_{w_{N-1}}^{n+1} \\ P_{w_N}^{n+1} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} d_1 - a_1 P_{w_0}^{n+1} \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{N-1} \\ d_N - c_N P_{w_{N+1}}^{n+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta X^2} \left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1}) + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{w_i}^{n+1} - P_{w_{i-1}}^{n+1}) - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right] \\ & = \frac{\phi (S_{w_i}^{n+1} - S_{w_i}^n)}{\Delta t} - Q_{w_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta X^2} \left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1}) + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{w_i}^{n+1} - P_{w_{i-1}}^{n+1}) - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right] + Q_{w_i} \\ & = \frac{\phi (S_{w_i}^{n+1} - S_{w_i}^n)}{\Delta t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (S_{w_i}^{n+1} - S_{w_i}^n) \\ & = \frac{\Delta t}{\Delta X^2 \phi} \left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1}) + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{w_i}^{n+1} \right. \\ & \quad \left. - P_{w_{i-1}}^{n+1}) - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right] + \frac{Q_{w_i} \Delta t}{\phi} \end{aligned}$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} S_{w_i}^{n+1} = & \frac{\Delta t}{\Delta X^2 \phi} \left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1}) + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{w_i}^{n+1} \right. \\ & \quad \left. - P_{w_{i-1}}^{n+1}) - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right] + \frac{Q_{w_i} \Delta t}{\phi} + S_{w_i}^n \end{aligned}$$

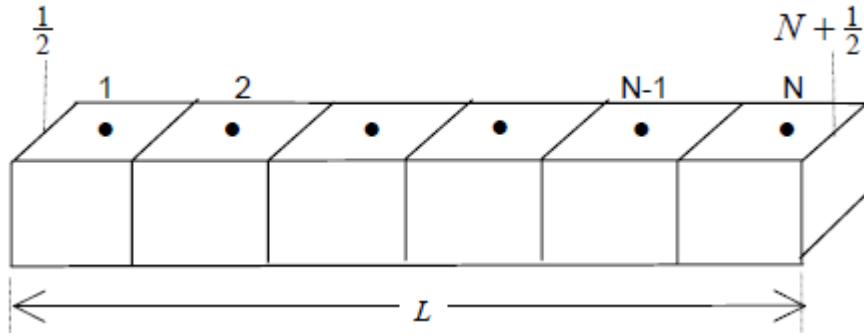
Ordenando, se obtiene:

$$\begin{aligned} S_{w_i}^{n+1} = & \frac{\Delta t}{\Delta X^2 \phi} \left[T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i-1}}^{n+1} - \left(T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \right) P_{w_i}^{n+1} + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i+1}}^{n+1} \right. \\ & \quad \left. + \left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) \Delta x \beta_w \right] + \frac{Q_{w_i} \Delta t}{\phi} + S_{w_i}^n \end{aligned} \quad (5.14)$$

De esta manera, con la ecuación (5.14) se obtienen los valores de saturación de agua para el tiempo (n+1) de forma explícita.

5.3. Condiciones de Borde.

Teniendo en cuenta el esquema de bloques con puntos centrados, vamos a demostrar que, al discretizar las condiciones de contorno de flujo nulo y reemplazando en las ecuaciones generales, (5.11) y (5.14), del método IMPES, obtendremos lo mismo que anulando los termino T en los puntos de contorno.



5.3.1.- Condiciones de no flujo en los bordes.

Las condiciones de borde en $x=0$, son:

$$\left. \frac{\partial P_w}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \text{ y } \left. \frac{\partial P_o}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \Rightarrow \left. \frac{\partial P_c}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

Discretizando con un punto ficticio x_0 , tenemos lo siguiente:

$$\frac{P_{w1}^n - P_{w0}^n}{\Delta x} = 0 \Rightarrow P_{w0}^n = P_{w1}^n \quad \forall n$$

Análogamente $P_{o0}^n = P_{o1}^n \quad \forall n$ y $P_{c0}^n = P_{c1}^n \quad \forall n$

Entonces, si evaluamos la ecuación (5.11) en $i=1$:

$$\begin{aligned} T_{\frac{1}{2}}^n P_{w0}^{n+1} - \left(T_{\frac{1}{2}}^n + T_{\frac{3}{2}}^n \right) P_{w1}^{n+1} + T_{\frac{3}{2}}^n P_{w2}^{n+1} \\ = T_{o\frac{1}{2}}^n (P_{c1}^n - P_{c0}^n) - T_{o\frac{3}{2}}^n (P_{c2}^n - P_{c1}^n) - \left(T_{w\frac{3}{2}}^n - T_{w\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o\frac{3}{2}}^n - T_{o\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_o \\ - \Delta x^2 Q_{total1} \end{aligned}$$

Reemplazando las condiciones de borde, se obtiene:

$$\begin{aligned} T_{\frac{1}{2}}^n P_{w1}^{n+1} - \left(T_{\frac{1}{2}}^n + T_{\frac{3}{2}}^n \right) P_{w1}^{n+1} + T_{\frac{3}{2}}^n P_{w2}^{n+1} \\ = T_{o\frac{1}{2}}^n (P_{c1}^n - P_{c1}^n) - T_{o\frac{3}{2}}^n (P_{c2}^n - P_{c1}^n) - \left(T_{w\frac{3}{2}}^n - T_{w\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o\frac{3}{2}}^n - T_{o\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_o \\ - \Delta x^2 Q_{totali} \end{aligned}$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} -T_{\frac{3}{2}}^n P_{w1}^{n+1} + T_{\frac{3}{2}}^n P_{w2}^{n+1} \\ = -T_{o\frac{3}{2}}^n (P_{c2}^n - P_{c1}^n) - \left(T_{w\frac{3}{2}}^n - T_{w\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o\frac{3}{2}}^n - T_{o\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_o - \Delta x^2 Q_{total1} \end{aligned}$$

Si observamos la ecuación anterior, llegamos a la misma forma en el lado izquierdo si suponemos:

$$T_{\frac{1}{2}}^n = 0 \Rightarrow T_{w\frac{1}{2}}^n = 0 \text{ y } T_{o\frac{1}{2}}^n = 0$$

Por lo tanto, obtenemos la expresión de la ecuación (5.11) evaluada en $i=I$:

$$-T_{\frac{3}{2}}^n P_{w1}^{n+1} + T_{\frac{3}{2}}^n P_{w2}^{n+1} = -T_{o\frac{3}{2}}^n (P_{c2}^n - P_{c1}^n) - \left(T_{w\frac{3}{2}}^n\right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o\frac{3}{2}}^n\right) \Delta x \beta_o - \Delta x^2 Q_{total1}$$

De donde podemos concluir que:

$$a_1 = 0; b_1 = -T_{\frac{3}{2}}^n; c_1 = T_{\frac{3}{2}}^n; d_1 = -T_{o\frac{3}{2}}^n (P_{c2}^n - P_{c1}^n) - \left(T_{w\frac{3}{2}}^n\right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o\frac{3}{2}}^n\right) \Delta x \beta_o - \Delta x^2 Q_{total1}$$

Y para la ecuación (5.14), evaluada en $i=1$

$$S_{w1}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x^2 * \phi} \left[-\left(T_{w\frac{3}{2}}^n\right) P_{w1}^{n+1} + T_{w\frac{3}{2}}^n P_{w2}^{n+1} + \left(T_{w\frac{3}{2}}^n\right) \Delta x \beta_w \right] + \frac{Q_{w1} \Delta t}{\phi} + S_{w1}^n$$

Análogamente se puede hacer el mismo análisis para $i=N$, y obtenemos las siguientes expresiones de (5.11) y (5.14):

Ecuación de presión (5.11) en $i=N$:

$$T_{N-\frac{1}{2}}^n P_{wN-1}^{n+1} - \left(T_{N-\frac{1}{2}}^n\right) P_{wN}^{n+1} = T_{oN-\frac{1}{2}}^n (P_{cN}^n - P_{cN-1}^n) + \left(T_{wN-\frac{1}{2}}^n\right) \Delta x \beta_w + \left(T_{oN-\frac{1}{2}}^n\right) \Delta x \beta_o + \Delta x^2 Q_{totalN}$$

De donde podemos concluir que:

$$a_N = T_{N-\frac{1}{2}}^n; b_N = -\left(T_{N-\frac{1}{2}}^n\right); c_N = 0; d_N = T_{oN-\frac{1}{2}}^n (P_{cN}^n - P_{cN-1}^n) + \left(T_{wN-\frac{1}{2}}^n\right) \Delta x \beta_w + \left(T_{oN-\frac{1}{2}}^n\right) \Delta x \beta_o + \Delta x^2 Q_{totalN}$$

Y de ecuación de Saturación (5.14) en $i=N$, se obtiene:

$$S_{wN}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x^2 \phi} \left[T_{wN-\frac{1}{2}}^n P_{wN-1}^{n+1} - \left(T_{wN-\frac{1}{2}}^n\right) P_{wN}^{n+1} + \left(-T_{wN-\frac{1}{2}}^n\right) \Delta x \beta_w \right] - \frac{Q_{wN} \Delta t}{\phi} + S_{wN}^n$$

5.4. Estabilidad.

Se utiliza el análisis de Fourier, para ello se parte de las siguientes ecuaciones.

$$\frac{\partial \left(c \frac{k_w A}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} + Z \right) \right)}{\partial x} = A \phi \frac{\partial (S_w)}{\partial t} - \frac{Q'_w}{dx} \quad (5.4)$$

Ecuación 5.4 en donde se $l=w$, ya que es agua, se simplifico ρ_w , $c=1,127 \times 10^{-3}$ y Z representa las componentes asociadas a la gravedad.

$$q_w = -c \frac{k_w A}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} + Z \right) \quad (3.1)$$

Para simplificar los cálculos, se simplifican las áreas y se toman los puntos interiores en donde $Q'_w=0$.

$$-\frac{\partial(q_w)}{\partial x} = A\phi \frac{\partial(S_w)}{\partial t} \quad (5.15)$$

Si aplicamos operadores, el caudal de inyección es constante y consideramos su valor para mantener la ecuación dimensionalmente consistente.

$$\frac{Q(q_i^n - q_{i-1}^n)}{\Delta x} + A\phi \frac{(s_{wi}^{n+1} - s_{wi}^n)}{\Delta t} = 0 \quad (5.16)$$

$$s_{wi}^{n+1} = \frac{Q\Delta t(-q_i^n + q_{i-1}^n)}{\Delta x A \phi} + s_{wi}^n$$

$$\text{Si } v = \frac{Q\Delta t}{\Delta x \phi A} \geq 0$$

$$s_{wi}^{n+1} = v(-q_i^n + q_{i-1}^n) + s_{wi}^n$$

La solución numérica computada está formada por la suma de la solución exacta y el error debido a la discretización.

$$(u_i^{n+1} + \xi_i^{n+1}) = v((-u_i^n - \xi_i^n) + (u_{i-1}^n + \xi_{i-1}^n)) + (u_i^n + \xi_i^n)$$

Como la ecuación diferencial discretizada satisface la ecuación diferencial, entonces el error numérico y la solución numérica poseen el mismo crecimiento en el tiempo.

$$\xi_{wi}^{n+1} = v(-\xi_i^n + \xi_{i-1}^n) + \xi_i^n \quad (5.17)$$

Se asume que el error $\xi(x, t)$ se puede escribir $\xi(x, t) = \sum_{m=0}^M b_m(t) e^{ikmx}$

Donde $km = \frac{n\pi}{L}$; $m=0,1,2,\dots,M$ número de onda.

L: periodo de la frecuencia fundamental ($m=1$)

M: número de intervalos Δx contenidos en L

$x: j \Delta x$

$$fm = \frac{km}{2\pi} = \frac{m}{L} \text{ con } m=0,1,\dots,M$$

Dado que la ecuación es lineal, asumimos que $\xi_i^n = z^n e^{ikm(jx)}$ utilizando un término único de la serie de Fourier.

Como tenemos:

$$\frac{\xi_{wi}^{n+1}}{\xi_{wi}^n} = \frac{z^{n+1} e^{ikm(j\Delta x)}}{z^n e^{ikm(j\Delta x)}} = Z \quad (5.18)$$

Z es el factor de amplificación de los números complejos, el esquema será estable si $|z| \leq 1 \forall Km$

$$z^{n+1} e^{ikm(j\Delta x)} = v z^n (-e^{ikm(j)\Delta x} + e^{ikm(j-1)\Delta x}) + z^n e^{ikm j \Delta x} \text{ si dividimos por } z^n e^{ikm(j\Delta x)}$$

$$z = v(-1 + e^{-i\beta}) + 1 \quad (5.19)$$

si $\beta = km\Delta x$

$$z = v(e^{-i\beta} - 1) + 1$$

$$\text{Pero } e^{-i\beta} = \cos \beta - i \text{ sen } \beta$$

$$z = v \cos \beta - i v \text{ sen } \beta - v + 1$$

$$|c| = ((\text{real})^2 + (\text{imag})^2)^{1/2} \geq 0$$

$$|z| = ((v \cos \beta - v + 1)^2 + (v \text{ sen } \beta)^2)^{1/2} \leq 1$$

$$2v^2 - 2v + \cos(\beta)(-2v^2 + 2v) + 1 \leq 1 \quad (5.20)$$



Como $\cos(\beta)$ está acotada, nos interesan los casos más relevantes.

$\cos(\beta)=0$, la ecuación (5.20) nos queda.

$$2v^2 - 2v + 1 \leq 1$$

$$2v^2 - 2v \leq 0$$

$$v \leq 1$$

$\cos(\beta)=-1$, la ecuación (5.20) nos queda.

$$4v^2 - 4v \leq 0$$

$$4v^2 \leq 4v$$

$$v \leq 1$$

$\cos(\beta)=1$, la ecuación (5.20) nos queda.

$$1 \leq 1$$

$$1 = 1$$

Por ende usamos

$$v \leq 1$$

Esta condición de estabilidad es conocida como Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)

$$\frac{\Delta t Q}{\Delta x \phi A} \leq 1$$

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x \phi A}{Q}$$

Por cuestiones de estabilidad.

Capítulo 6: Simulación analítica en la planilla de Cálculo.

En este capítulo se explicará cómo desarrollamos el Simulador Bifásico, Agua desplazando Petróleo, utilizando una planilla de cálculo, utilizando las distintas fórmulas desarrolladas en el capítulo 4.

6.1. Hasta el tiempo de ruptura.

Comenzamos con una tabla interactiva en la cual el usuario podrá ingresar parámetros tales como:

- t = tiempo de inyección, en *Días*.
- q_t = caudal constante de inyección de agua, en el punto inyector, en *BPD*.
- μ_w = viscosidad de agua, en *cp*.
- μ_o = viscosidad de petróleo, en *cp*.
- A = Área transversal del medio poroso, *pies²*.
- Φ = Porosidad efectiva del medio poroso, en *fracción*.
- X POZO PROD = L = Distancia entre el pozo inyector y el pozo productor, en *pies*.
- ρ_w = Densidad del agua, en *lb/ft³*.
- ρ_o = Densidad del petróleo, en *lb/ft³*.
- α = Inclinación del medio poroso, en *grados*.
- S_{wc} = Saturación de agua connata, en *porcentaje*.
- S_{or} = Saturación de petróleo residual, en *porcentaje*.
- K = permeabilidad absoluta del medio poroso, en *mD*.

t	500	Días			
Variables	Valor	UNIDADES	Variables	Valor	UNIDADES
q_t	150	Bbl/día	ρ_w	62,42	lb/ft ³
μ_o	5	cp	ρ_o	53	lb/ft ³
μ_w	0,5	cp	α	0	grados
A	10000	ft ²	S_{wc}	20	%
Φ	0,3	fracción	S_{or}	25	%
X POZO PROD	500	ft	K	300	mD

Tabla 6.1.- Introducción de las distintas variables.

Con los valores de las distintas variables ingresados, se realizan algunos de los cálculos necesarios, tales como K_{rw} , K_{ro} , f_w , $(df_w/ds_w)_{sw}$, $x(t)$. Parte de los resultados se muestran en la *Tabla 6.2*.

Sw	K_{rw}	K_{ro}	f_w (Total)	$(df_w/ds_w)_{sw}$	$x(t)$ [ft]
0,2	0,0000	1,000	0,000	0,000	0,0
0,21	0,0003	0,964	0,003	0,004	0,6
0,22	0,0004	0,929	0,004	0,146	20,5
0,23	0,0005	0,894	0,006	0,202	28,3
0,24	0,0007	0,860	0,008	0,266	37,3
0,25	0,0009	0,826	0,011	0,340	47,8
0,26	0,0012	0,794	0,015	0,426	59,8
0,27	0,0015	0,762	0,019	0,525	73,7
0,28	0,0019	0,730	0,025	0,638	89,6
0,29	0,0023	0,700	0,032	0,768	107,8
0,3	0,0028	0,669	0,041	0,915	128,5
0,31	0,0034	0,640	0,050	1,081	151,8
0,32	0,0041	0,611	0,062	1,267	177,9
0,33	0,0048	0,583	0,076	1,473	206,8
0,34	0,0056	0,556	0,092	1,699	238,5
0,35	0,0065	0,529	0,110	1,943	272,8
0,36	0,0075	0,503	0,130	2,205	309,5
0,37	0,0087	0,477	0,154	2,478	347,9

Tabla 6.2.- Cálculos de K_{rw} , K_{ro} , f_w , $(df_w/ds_w)_{sw}$, $x(t)$.

Todos los cálculos se realizan teniendo como variable independiente la Sw , la cual varía entre Sw_c y $1-S_{or}$. En la tabla anterior solo se mostró una parte de los cálculos que se realizan.

Los resultados de la columna k_{rw} se obtiene utilizando la ecuación (2.6) y los de la tercera columna k_{ro} se obtiene utilizando la ecuación (2.7).

Para obtener los resultados de la cuarta columna, f_w (Total), se utilizó la ecuación (3.10).

Para hallar los valores de la quinta columna, $(df_w/ds_w)_{sw}$, se utilizaron los siguientes operadores:

$$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left[-\frac{3}{2}f(x_0) + 2f(x_1) - \frac{1}{2}f(x_2) \right] \quad (6.1)$$

$$f'(x_1) = \frac{1}{2h} [f(x_2) - f(x_0)] \quad (6.2)$$

$$f'(x_2) = \frac{1}{h} \left[\frac{1}{2}f(x_0) - 2f(x_1) + \frac{3}{2}f(x_2) \right] \quad (6.3)$$

De la siguiente forma:

$$\left. \frac{df_w}{dS_w} \right|_{S_w} = \begin{cases} \frac{1}{0,01} \left[-\frac{3}{2} f_w(S_{w_0}) + 2f_w(S_{w_1}) - \frac{1}{2} f_w(S_{w_2}) \right] & \text{en } S_{w_0} = S_{wc} + 0,01 \\ \frac{1}{0,02} [f_w(S_{w_{i+1}}) - f_w(S_{w_{i-1}})] & \text{en } S_{w_0} < S_{w_i} < S_{w_N} \\ \frac{1}{0,01} \left[\frac{1}{2} f_w(S_{w_{N-2}}) - 2f_w(S_{w_{N-1}}) + \frac{3}{2} f_w(S_{w_N}) \right] & \text{en } S_{w_N} = 1 - S_{or} - 0,01 \end{cases}$$

Donde S_w se discretizó de la siguiente manera:

$$S_{w_i} = S_{wc} + 0,01 + (i * 0,01) \quad i = 0,1, 2, 3, \dots, N - 1, N.$$

En la sexta columna, $X(t)$, se obtiene el avance que tiene un frente de determinada saturación de agua, S_w , a un tiempo particular, t , teniendo en cuenta la ecuación (4.2.b), y el resultado obtenido en la quinta columna. El resultado de esta columna se muestra en un gráfico, que se mostró esquemáticamente en la *Figura 4.2*.

A continuación, utilizando el valor ingresado de S_{wc} en la *Tabla 6.1*, el valor de f_w calculado para cada S_w en la cuarta columna de la *Tabla 6.2*, se procede a calcular la segunda columna de la *Tabla 6.3* que es el valor de la pendiente de la recta secante, que une el punto $(S_{wc}, 0)$ con el punto (S_w, f_w) , que se encuentran en la curva de flujo fraccional, como se representa en la *Figura 6.1*.

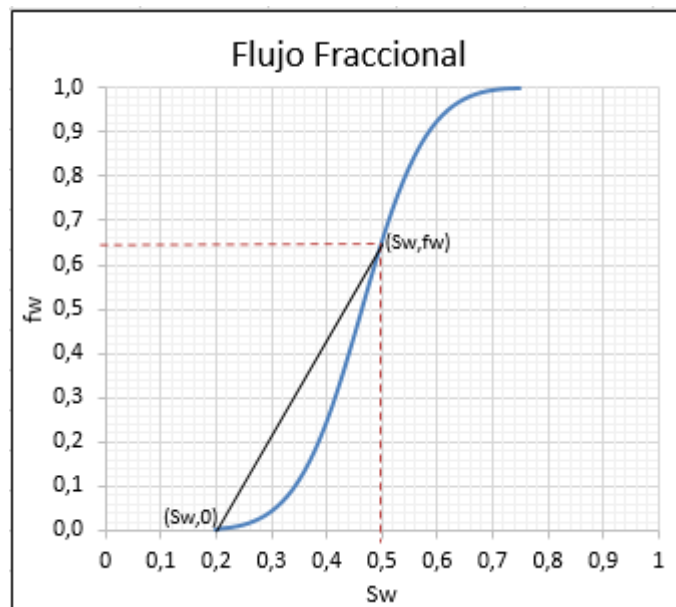


Figura 6.1.- Recta secante que pasa por los puntos $(S_{wc}, 0)$ y (S_w, f_w) .

Sw	fw/(Sw-swc)	X (Sw) [ft]
0,55	2,345	347,4
0,56	2,352	347,4
0,57	2,352	309,4
0,58	2,344	273,2
0,59	2,331	239,2
0,6	2,312	207,7
0,61	2,289	179,0
0,62	2,263	152,9
0,63	2,233	129,6
0,64	2,202	108,8
0,65	2,169	90,4
0,66	2,134	74,3
0,67	2,099	60,3
0,68	2,063	48,1
0,69	2,027	37,6
0,7	1,991	28,5
0,71	1,956	20,8
0,72	1,920	14,2

Tabla 6.3.- Pendiente de la recta secante y avance X(t)

Teniendo calculado el valor de todas las pendientes posibles de la recta secante para cada una de las Sw, que tienen valores entre $S_{wc} < S_w < S_{w \text{ máx.}}$. Se realiza una búsqueda en dicha columna que dé como resultado el máximo valor posible de la pendiente de dicha recta. Como se explicó anteriormente, el valor máximo de dicha pendiente, coincide con el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva de flujo fraccional, como se ilustró en la *Figura 4.8*. Este resultado se muestra en la primera fila de la *Tabla 6.4*.

$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{S_{wf,t}} = \frac{f_{wf}}{S_{wf} - S_{wc}}$	Pendiente Máxima
	2,352
fw frente	0,8467
Sw frente	0,56
X frente	347,4
(dfw/dsw)sw	2,475
t ruptura	719,6
Swp, t ruptura	0,625

Tabla 6.4.-Cálculos hasta el tiempo de Ruptura.

En el simulador, utilizando el valor hallado de la pendiente máxima, se realiza una búsqueda de cuál es el valor de Sw correspondiente para dicha pendiente, a este valor de Sw hallado corresponde a la saturación de agua en el frente de la curva de avance, S_{wf} , y se lo coloca en la tercera fila de la *Tabla 6.4*.

Con el valor de S_{wf} , se realiza una búsqueda en la *Tabla 6.2.*, en la cuarta columna, en donde se halla el valor del flujo fraccional de agua en el frente, f_{wf} , y dicho valor encontrado se lo coloca en la segunda fila de la *Tabla 6.4.*

Con el valor de S_{wf} se realiza una búsqueda en la quinta columna de la *Tabla 6.2* que corresponde al valor de la pendiente de la recta tangente sobre la curva de flujo fraccional, que pasa solamente por el punto (S_{wf}, f_{wf}) a este valor se lo colocó en la quinta fila de la *Tabla 6.4.* Cabe destacar que este valor es distinto al que se colocó en la primera fila de la *Tabla 6.4.*, ya que este último corresponde a la pendiente de la recta tangente, pero que pasa por dos puntos, $(S_{wc}, 0)$ y (S_{wf}, f_{wf}) .

Con el valor de la pendiente que se encuentra en la quinta fila de la *Tabla 6.4.* y los valores, tales como: q_t , t , A y Φ ingresados en la *Tabla 6.1.*, se reemplazan en la ecuación (4.2.b), para obtener como resultado el avance del frente de saturación, x_f , en *pies*, a un determinado tiempo t . Este resultado se coloca en la cuarta fila de la *Tabla 6.4.*

En la sexta fila de la *Tabla 6.4* se coloca el resultado del tiempo de ruptura, t_{tb} , que se calculó a partir de la *ecuación (4.11)*, en la cual se reemplazó los valores ingresados en la *Tabla 6.1.* y el valor de la pendiente que se encuentra en la quinta fila de la *Tabla 6.4.*

En la séptima fila de la *Tabla 6.4.* se realiza el cálculo de la Saturación de agua promedio al momento de la ruptura, $S_{wp_{tb}}$, utilizando la *ecuación (4.9)*. En dicha ecuación se reemplaza los valores que se encuentran desde la primera a la tercera fila de la *Tabla 6.4.* Se recuerda que S_{wp} , es constante para la región detrás del frente de invasión, desde el inicio de inyección de agua, hasta el tiempo de ruptura.

6.2. Posterior al tiempo de ruptura.

Anteriormente en la *Tabla 6.4.* se calculó un tiempo de ruptura de $t_{bt} = 719,6$ días, a partir de los datos ingresados en la *Tabla 6.1.* Entonces, para un tiempo mayor al de ruptura, por ejemplo, $t' = 1000$ días, se obtiene la siguiente tabla de resultados:

TIEMPO > T RUPTURA	
Q	0,5615
(dfw/dSw)	1,7809
pendiente (dfw/dsw)sw en	-24,218
Sw' (Sw frente pos ruptura)	0,5868
fw'	0,9032

Tabla 6.5.- Resultados considerando tiempo $t > t_{bt}$.

A continuación, se explica que significan los resultados de las distintas filas de la *Tabla 6.5* y como se procedió para obtener cada uno de los resultados.

En la primera fila, el término “Q”, representa el volumen de agua inyectada expresada en volumen poral, el cual queda definido de la siguiente manera:

Partiendo de la *ecuación (4.2.b)*:

$$x_{S_w} = \frac{5,615q_t t}{A\phi} \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w}$$

Se realiza el siguiente despeje:

$$\left(\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_w} \right)^{-1} = \frac{5,615q_t t}{A\phi x_{S_w}} \quad (6.4)$$

Considerando el tiempo $t' > t_{bt}$. Obtenemos lo siguiente, considerando el miembro derecho del despeje anterior:

$$\begin{aligned} \frac{5,615q_t t'}{A\phi L} &= \frac{\text{Volumen Inyectado}}{\text{Volumen Poroso}} \\ &= \text{Volumen de agua inyectada expresada en volumen poral} = (Q)_{t'} \end{aligned}$$

Entonces, el valor de Q, para tiempos posteriores a la ruptura, se calcula de la siguiente manera:

$$Q = \frac{5,615q_t t'}{A\phi L} \quad (6.5)$$

Por lo tanto, reemplazando en la *ecuación (6.4)*, obtenemos:

$$(Q)_{t'} = \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}}^{-1} \quad (6.6)$$

A partir de la *ecuación (6.6)* podemos concluir que se puede obtener el valor de Q para un tiempo $t' > t_{bt}$, calculando la inversa de la pendiente de la recta tangente a la curva de flujo fraccional de agua, en el punto (S_{w2}, f_{w2}) , en donde el valor de S_{w2} corresponde al valor de la saturación de agua en el pozo productor al tiempo t' .

La segunda fila de la *Tabla 6.5* se calcula a partir de la inversa de la *ecuación (6.6)*, obteniéndose la *ecuación (6.7)*

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{t, S_w2} = \frac{1}{Q} \quad (6.7)$$

La tercera fila, corresponde al valor de la pendiente de la recta secante, que une dos puntos de la curva del gráfico “Sw vs (dfw/dSw)”. Esta curva se mostró en la *Figura 4.1*. que corresponde a valores de derivadas de fw con respecto a Sw, para distintos valores de Sw.

A modo de explicación, de cómo se obtiene el valor de dicha pendiente, se realizará una ampliación de la *Figura (4.1)*, en un rango en la cual este contenido el valor de (dfw/dSw) que se calculó en la *Tabla (6.5)* como se muestra a continuación.

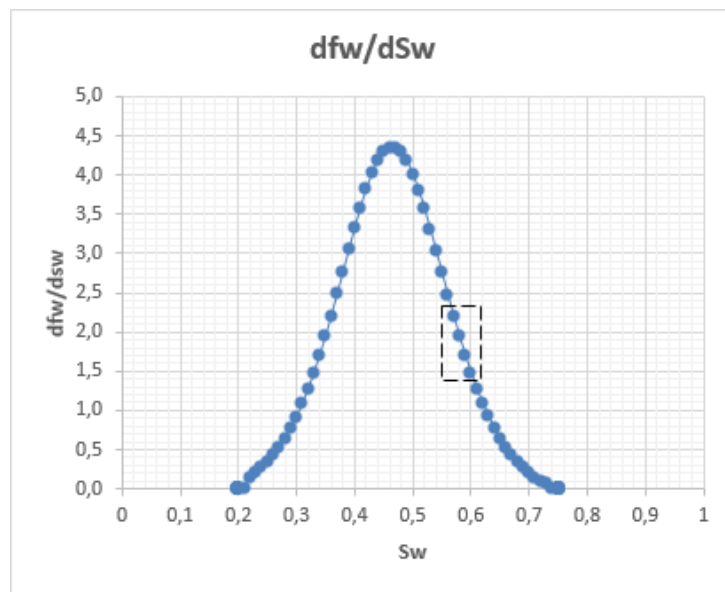


Figura 6.2.- Recuadro que indica la zona a ampliar.

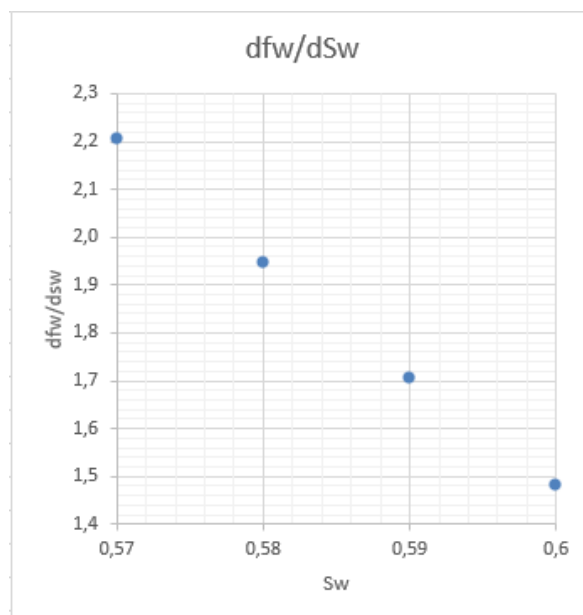


Figura 6.3.- Ampliación de la Figura 6.2.

En la *Figura 6.3* se realizará una recta secante que une dos puntos. Estos puntos tienen valores de (dfw/dSw) , mayor y menor, que el calculado en la segunda fila de la *Tabla 6.5*.

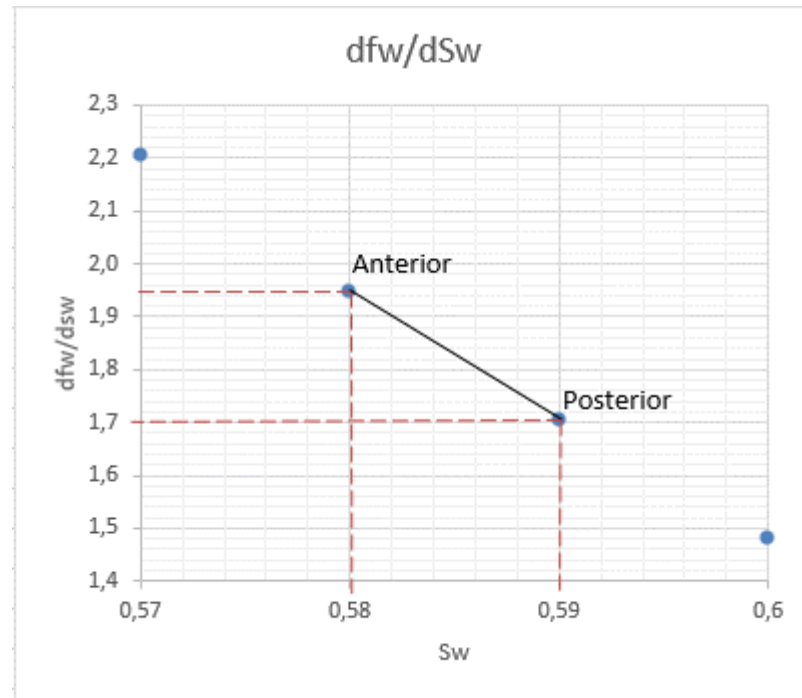


Figura 6.4.- Recta secante.

Los valores que tienen los puntos Anterior y Posterior, se muestran en la siguiente *Tabla 6.6*.

Propiedad	Anterior	posterior
(dfw/dsw)	1,9463	1,7041
sw	0,58	0,59

Tabla 6.6.- Valores de los puntos extremos de la recta secante.

A partir de los valores de la tabla anterior, se realiza el cálculo de la pendiente de la recta secante de la siguiente manera:

$$Pendiente = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\left(\frac{dfw}{dSw}\right)_{Posterior} - \left(\frac{dfw}{dSw}\right)_{Anterior}}{(S_w)_{Posterior} - (S_w)_{Anterior}} \quad (6.8)$$

Entonces:

$$Pendiente = -24,22$$

En la cuarta fila de la *Tabla 6.5*, se calculó el valor de Sw' , que es el valor estimado de la saturación de agua en el pozo productor, o a la salida del medio poroso, en el tiempo t' .

Este valor se estima a partir del método de la secante, el cual utiliza el valor de la pendiente de la recta secante de la *Figura 6.4.*, un valor de (df_w/dS_w) correspondiente al eje de la ordenada y el punto “anterior” correspondiente al extremo de dicha recta. Se ilustra en la *Figura 6.5*

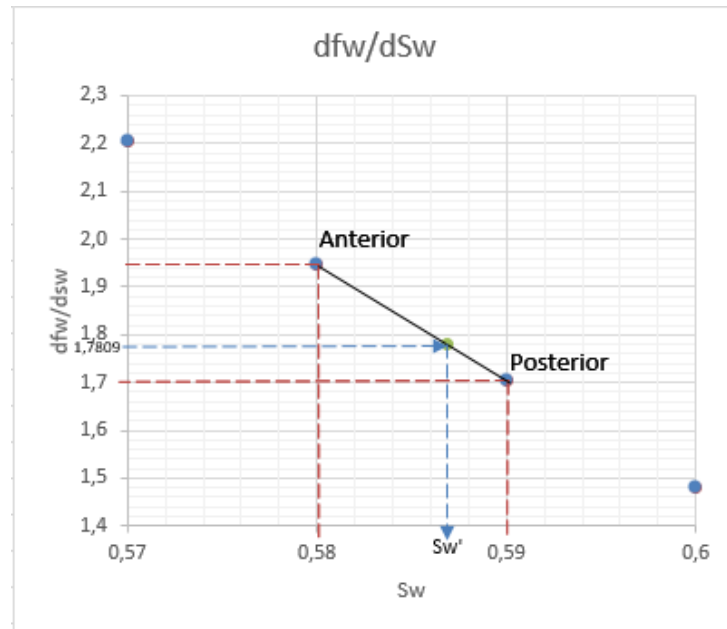


Figura 6.5.-

Se procede a realizar una igualdad de pendientes, teniendo en cuenta los tres puntos que están contenidos en la recta secante que se ilustra en el gráfico de la *Figura 6.5*. Entonces:

$$\frac{\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Posterior} - \left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Anterior}}{(S_w)_{Posterior} - (S_w)_{Anterior}} = \frac{\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Calculado} - \left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Anterior}}{S'_w - (S_w)_{Anterior}} \quad (6.9)$$

El miembro izquierdo de la ecuación, ya se calculó en la *ecuación (6.8)*, obteniéndose el resultado de la “pendiente”.

$$pendiente = \frac{\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Calculado} - \left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Anterior}}{S'_w - (S_w)_{Anterior}}$$

Despejando

$$S'_w = \frac{\left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Calculado} - \left(\frac{df_w}{dS_w}\right)_{Anterior}}{pendiente} + (S_w)_{Anterior} \quad (6.10)$$

A modo de ejemplo, reemplazando los valores que hemos ido obteniendo para este caso en particular.

$$S_w' = \frac{1,7809 - 1,9463}{-24,22} + 0,58 = 0,5868$$

En la quinta fila de la Tabla 6.5. se calcula el valor de f_w' , que se obtiene teniendo en cuenta la *Figura 3.2.*, que corresponde a la curva de flujo fraccional de agua, en la cual se ingresa desde el eje de la Abcisas, con el valor de S_w' , que fue calculado previamente.

Para encontrar el valor de f_w' correspondiente a S_w' , se procede de manera similar a como se estimó la S_w' anteriormente.

Se realiza una ampliación en la *Figura 3.2.*, en un rango como el que muestra la siguiente *Figura 6.6* que contiene al valor de S_w' , que fue calculado anteriormente.

En la *Figura 6.7* se realiza una recta secante que unen dos puntos, que son Anterior y Posterior, los cuales tienen valores de S_w , menor y mayor que S_w' respectivamente. En dicha recta se encuentra contenido un punto con coordenadas (S_w', f_w') .

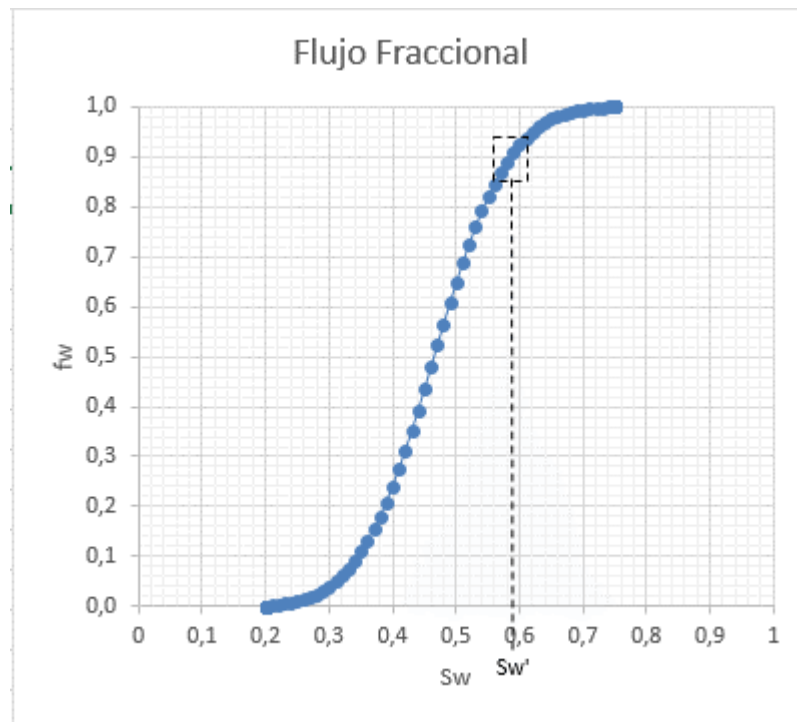


Figura 6.6.- Recuadro que indica el rango a ampliar que contiene S_w' .

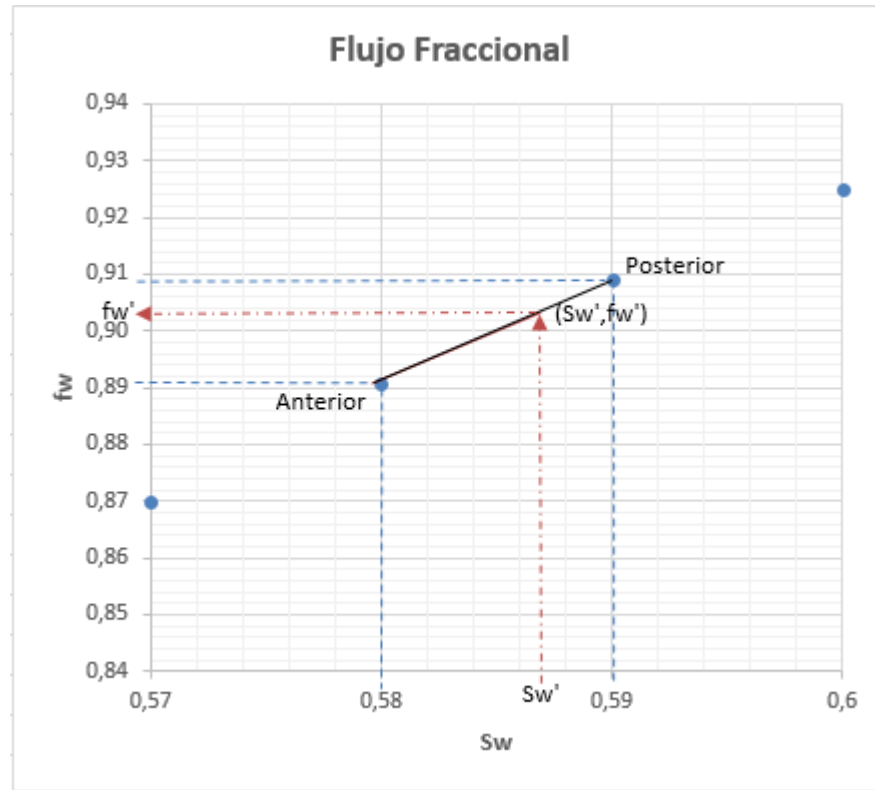


Figura 6.7.- Recta secante que pasa por tres puntos en el rango ampliado.

A continuación, se muestra la *Tabla 6.7* que contiene las coordenadas en S_w y f_w de los puntos extremos de la recta.

Propiedad	Anterior	posterior
sw	0,58	0,59
fw	0,8908	0,9090

Tabla 6.7- Valores de los puntos extremos de la recta secante

Para poder hallar fw' , se calculará primero la pendiente de la recta secante, utilizando los puntos: Anterior y Posterior.

$$Pendiente = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(f_w)_{Posterior} - (f_w)_{Anterior}}{(S_w)_{Posterior} - (S_w)_{Anterior}} \quad (6.11)$$

Y con el valor de dicha pendiente, se procede a despejar el valor de fw' , debido a que una recta que une los puntos (S_w', fw') y $(S_w, fw)_{Anterior}$ posee la misma pendiente, debido a que los tres puntos son colineales.

Entonces:

$$Pendiente = \frac{f'_w - (f_w)_{Anterior}}{S'_w - (S_w)_{Anterior}}$$

$$f'_w = Pendiente(S'_w - (S_w)_{Anterior}) + (f_w)_{Anterior} \quad (6.12)$$

Finalmente, reemplazando la ecuación (6.11) en la ecuación (6.12), obtenemos:

$$f'_w = \left[\left(\frac{(f_w)_{Posterior} - (f_w)_{Anterior}}{(S_w)_{Posterior} - (S_w)_{Anterior}} \right) (S'_w - (S_w)_{Anterior}) \right] + (f_w)_{Anterior} \quad (6.13)$$

A modo de ejemplo para este caso en particular, se procede a sustituir los valores de la *Tabla 6.7.-* y el valor de $S'_w = 0,5868$, en la ecuación (6.13).

$$f'_w = \left[\left(\frac{0,909 - 0,8908}{0,59 - 0,58} \right) (0,5868 - 0,58) \right] + 0,8908$$

$$f'_w = 0,9032$$

Anteriormente, explicamos que la Saturación de agua promedio, S'_{wp} , después de la ruptura deja de ser constante, como lo es hasta el tiempo de ruptura, y aumentará hasta alcanzar el valor máximo de 1-Sor. Esta Saturación de agua promedio se puede calcular a partir de la ecuación (4.16):

$$S'_{wp} = S_{w2} + \frac{(1 - f_{w2})}{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}}}$$

Debido a que ya calculamos los valores de S_{w2} , f_{w2} y $\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{t, S_{w2}}$ para el tiempo de inyección $t' = 1000$ días, reemplazándolos en dicha ecuación:

$$S'_{wp} = 0,5868 + \frac{(1 - 0,9032)}{1,7809}$$

$$S'_{wp} = 0,641$$

Capítulo 7: Simulación Numérica en la planilla de Cálculo.

7.1 Vinculación de datos a partir de la tabla

		USAR DATOS DE REFERENCIA	<input type="checkbox"/>
Variables		Valor	UNIDADES
TIEMPO		500	Días
CAUDAL TOTAL		150	Bbl/día
VISCOSIDAD DEL PETRÓLEO		5	cp
VISCOSIDAD DEL AGUA		0,5	cp
AREA		10000	ft2
POROSIDAD		30	%
DISTANCIA POZO PRODUCTOR		500	ft
DENSIDAD DEL AGUA		62,42	lb/ft3
DENSIDAD DEL PETRÓLEO		53	lb/ft3
ANGULO DE BUZAMIENTO		0	grados
SATURACION DEL PETRÓLEO RESIDUAL		25	%
SATURACION DEL AGUA CONNATA		20	%
PERMEABILIDAD		300	mD

Tabla 7.1

Los datos son proporcionados por el usuario, el mismo los introduce a través de esta tabla. Si usamos datos de referencia, estos aparecen en una columna que dice referencias.

		USAR DATOS DE REFERENCIA	<input checked="" type="checkbox"/>
Variables	Referencia	Valor	UNIDADES
TIEMPO	100	500	Días
CAUDAL TOTAL	150	150	Bbl/día
VISCOSIDAD DEL PETRÓLEO	1	5	cp
VISCOSIDAD DEL AGUA	1	0,5	cp
AREA	5000	10000	ft2
POROSIDAD	20	30	%
DISTANCIA POZO PRODUCTOR	500	500	ft
DENSIDAD DEL AGUA	62,42	62,42	lb/ft3
DENSIDAD DEL PETRÓLEO	53	53	lb/ft3
ANGULO DE BUZAMIENTO	0	0	grados
SATURACION DEL PETRÓLEO RESIDUAL	20	25	%
SATURACION DEL AGUA CONNATA	20	20	%
PERMEABILIDAD	300	300	mD

Tabla 7.2

El programa nos ofrece los resultados en forma gráfica, a través de una curva de avance numérica.

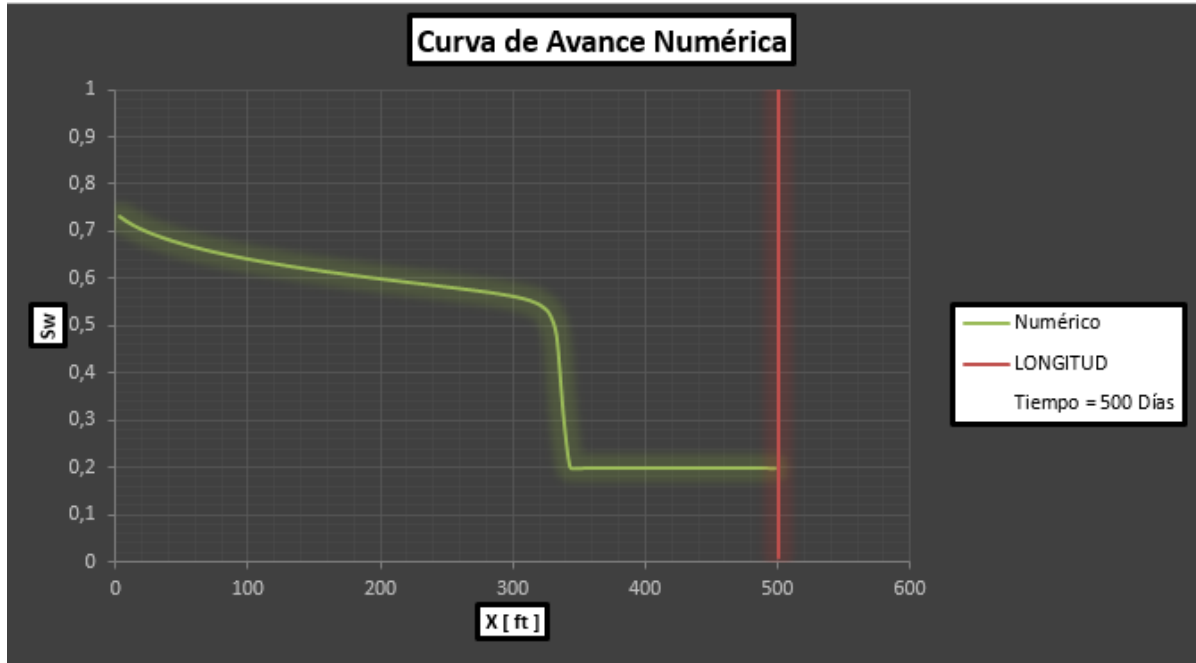


Figura 7.1.-

Además, nos brinda la posibilidad de tener algunos resultados en otro cuadro, tales como el tiempo de ruptura y Sw promedio.

	Numérico
T DE RUPTURA [Días]	733
Sw PROMEDIO	61,10%

Figura 7.2.-

Al igual que se comentó antes, se puede modificar cada uno de los valores de cada variable, variándolos unitariamente al hacer clic sobre el botón del control de número.

USAR DATOS DE REFERENCIA <input type="checkbox"/>	
Valor	UNIDADES
500	Días
150	Bbl/día
5	cp

Figura 7.3.-

7.2 Carga de datos.

Además de los datos cargados por el usuario, es posible usar los que están cargados en la planilla, a fin de poder hacer comparaciones. Asegúrese de que este tildada si quiere usar datos de referencia.

Figura 7.4.-




Se ofrece al usuario la opción de trabajar con datos en unidades de Campo o unidades en Darcy, con tan solo modificar 



Figura 7.5.-

Para poder hacer posible que el usuario tenga todas estas opciones, la planilla posee un cuadro en donde están todos los datos a la vez.

FALSO	0	CAMPO	DARCY	ELEGIDO
	Tiempo	100	30	500
	CAUDAL TOTAL	150	0,5	150
	VISCOSIDAD DEL PETRÓLEO	1	1	5
	VISCOSIDAD DEL AGUA	1	1	0,5
	AREA	5000	10	10000
	POROSIDAD	20	20	30
	DISTANCIA POZO PRODUCTOR	500	20	500
	DENSIDAD DEL AGUA	62,42	1	62
	DENSIDAD DEL PETRÓLEO	53	0,85	53
	ANGULO DE BUZAMIENTO	0	10	0
	SATURACION DEL PETRÓLEO RESIDUAL	20	20	25
	SATURACION DEL AGUA CONNATA	20	15	20
	PERMEABILIDAD	300	0,3	300


Tabla 7.3.-

En la primera celda, tenemos un cartel que dice “verdadero o falso”. Este aparece cuando uno tilda el cuadro que se muestra en la Figura 7.4. En caso que dicho tilde no esté , en la celda aparecerá la palabra “FALSO”.

Mediante la condición "SI" de Excel, es posible convertir ese "VERDADERO" en un número 1, y el "FALSO" en un número 0. En este ejemplo, la celda que posee la palabra "FALSO", se encuentra en la celda AK1. El código queda así. =SI(AK1;1;0)

Esto es porque a la hora de usar la función "SI", existe la posibilidad que el usuario use una celda que haya dado como resultado la afirmación "VERDADERO" o "FALSO". En este caso, la función "SI" no vuelve a evaluar, solo coloca la opción correspondiente, según sea "verdadera" o "falsa" dicha celda. De esta forma es que se logra un número a partir de una celda evaluada. En esta ocasión obtuvimos el 0.

De forma análoga podemos usar la condición SI, cuando elegimos si queremos que las unidades usadas sean de campo o Darcy.

Cuando uno mueve el , lo que en realidad hace, es mover una celda, en este ejemplo sería A2, la cual está asociada a él.

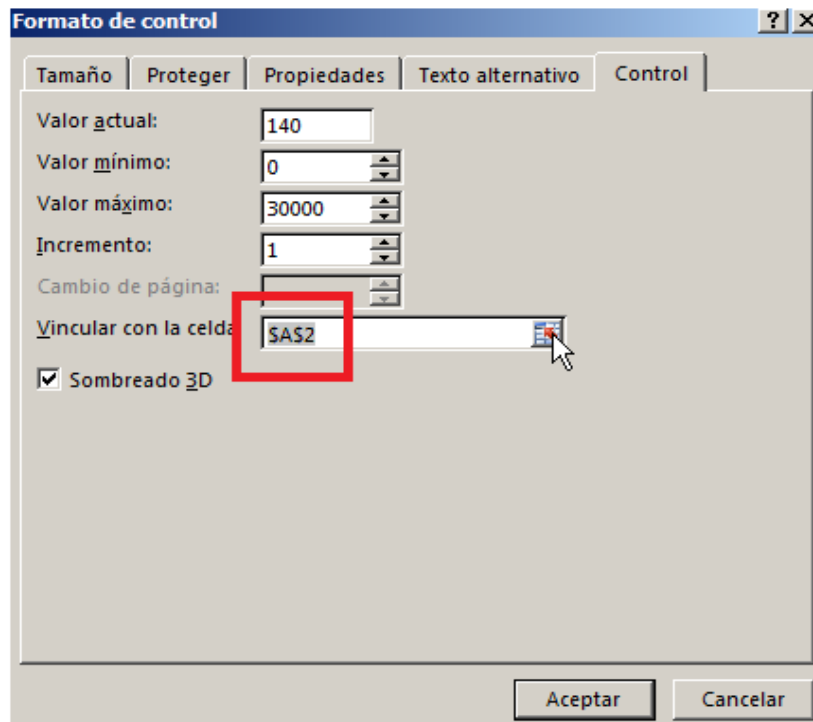


Figura 7.6

Vemos que la celda avanza un valor cada vez que uno mueve hacia arriba la flecha, luego con la condición SI, podemos hacer que diga "Darcy" si es par, o "Campo" si es impar.

=SI(ES.PAR(A2);"DARCY";"CAMPO")

La hoja donde estamos trabajando, lleva por nombre “Principal”, si nos disponemos a trabajar con nuestros datos, los mismos llevarán como nombre “Principal...” y el nombre de la celda.

Volviendo a la *Tabla 7.3*, observamos que posee tres columnas: “CAMPO”; “DARCY”; “ELEGIDO”.

En la primera columna, “CAMPO”, tenemos los valores de los datos de referencia en unidades de Campo.

1	CAMPO
Tiempo	100
CAUDAL TOTAL	150
VISCOSIDAD DEL PETRÓLEO	1
VISCOSIDAD DEL AGUA	1
AREA	5000
POROSIDAD	20
DISTANCIA POZO PRODUCTOR	500
DENSIDAD DEL AGUA	62,42
DENSIDAD DEL PETRÓLEO	53
ANGULO DE BUZAMIENTO	0
SATURACION DEL PETRÓLEO RESIDUAL	20
SATURACION DEL AGUA CONNATA	20
PERMEABILIDAD	300

Tabla 7.4.-

De manera análoga con Darcy.

En la columna “ELEGIDO”, el programa usa la condición SI, para elegir entre los datos de entrada tomados directamente de la *Tabla 7.1* o bien, que elija entre los valores ya cargados de acuerdo a si tenemos Darcy o Campo.

=SI(\$AL\$1=0;Principal!D6;SI(\$AE\$1=1;AM2;AN2))

De esta forma, esta celda AL1 según el ejemplo, nos indica si estamos con datos de referencia, o no. En este caso, si da 0, nos está indicando que no se están usando datos de referencia, es por eso que usa Principal!D6, que sería el dato elegido desde la tabla principal. En cambio, sí vale 1, aparece otra función “SI”. La nueva función, que está dentro de la condición SI, cuando esta nos da una prueba lógica FALSA, sería el caso que la celda de datos de referencia no esté tildada, ahora evalúa la celda "AE1" (en esta celda se le asigna valor igual a 1, cuando se elige unidades de Campo y un valor igual a 2 cuando se eligen unidades de Darcy), esta condición copia el dato de referencia en unidades de Campo o en unidades de

Darcy, según corresponda, así la celda ofrece el valor correspondiente, de acuerdo las especificaciones del usuario. De esta forma se van obteniendo todos los datos de entrada necesarios, y formamos así esta columna.

7.3.1 Primera tabla de datos y x(ft)

A partir de los datos de entrada, se procede a realizar la siguiente tabla

i	x [ft]	z [ft]	Sw (n)	So (n)
1	2,5	0	0,2	0,8
2	7,5	0	0,2	0,8
3	12,5	0	0,2	0,8
4	17,5	0	0,2	0,8
5	22,5	0	0,2	0,8
6	27,5	0	0,2	0,8
7	32,5	0	0,2	0,8
8	37,5	0	0,2	0,8
9	42,5	0	0,2	0,8
10	47,5	0	0,2	0,8
11	52,5	0	0,2	0,8
12	57,5	0	0,2	0,8
13	62,5	0	0,2	0,8
14	67,5	0	0,2	0,8
15	72,5	0	0,2	0,8

TABLA 7.5

En la primera columna, de nombre “i”, se colocan números del 1 al 100, los cuales enumeran a cada punto que se encuentra centrado en cada uno de los bloques en los cuales se discretizó el medio poroso. Se divide la longitud total, que en este ejemplo fueron 500 ft, en 100 partes, obteniéndose así un $\Delta x = 5$ ft

Por cuestiones de estabilidad, para este caso en particular $\Delta t \leq \frac{\Delta x \phi A}{Q} = \frac{5 \cdot 0.3 \cdot 10000}{842,1} \approx 18$.

Como el Δt elegido es 1, podemos asegurar que el método no va a presentar oscilaciones.

Δx [ft]	5
Δt [días]	1

Figura 7.7

Para la segunda columna de la tabla 7.5, X(ft), se utiliza el siguiente código: `=K3*(J19-0,5)`, lo que hace el código es `=($\Delta x=5$)*("nodo i"-0,5)`, nótese que en el código, tenemos `K3`, esto es para que al usar la función autocompletar, Excel siempre utilice la misma celda `K3`, en este caso corresponde al valor de Δx . En donde dice “nodo i”, va el valor del nodo, en la primera celda de la primera columna, va el valor 1, en la segunda celda el 2, y así sucesivamente. El código para la segunda celda, perteneciente a la segunda columna,

según este ejemplo, queda. $=5 \cdot (2-0,5)$, en donde $J20=2$, Excel realiza la siguiente cuenta $=5 \cdot (2-0,5)=7,5$. De la misma forma se realizan los cálculos en todas las celdas de la columna perteneciente a $X(ft)$.

7.3.2 La columna de $Z(ft)$

La columna $Z(ft)$, está creada a partir de la parte afectada por la gravedad, la misma está separada para poder apreciar cómo afecta en la ecuación, su ecuación es la siguiente.

$$Z_i = - \left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) \Delta x \beta_w - \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \right) \Delta x \beta_o \quad (7.1)$$

7.3.3 La columna $Sw(n)$ y $So(n)$ para la primera iteración.

En la primera celda de la columna $Sw(n)$, se coloca el valor $1-Sor$, en Excel, la formula sería $f_x = 1 - H6$ en donde $H6$ es el valor de Sor , o sea $1-Saturación$ de petróleo residual, que según se ve en la *Tabla 7.1*, $Sor=0,2$, por lo que, para este ejemplo, esta celda nos queda $0,8$. Para las demás celdas, se usa directamente el valor de Swc , por eso nos queda en las demás celdas el valor $0,2$.

Para la columna $So(n)$, simplemente hacemos $1-Sw(n)$, es decir hacemos 1 menos cada valor de Sw en cada punto. En la primera celda se obtiene el siguiente resultado $1-0,8=0,2$

7.4.1 La segunda tabla

	E	F	G	H	I
19	$i/2$	$S_w(n)$	$S_o(n)$	K_{rw}	K_{ro}
20	0,5	0,75	0,25	0,262401788	0
21	1,5	0,2	0,8	0	1
22	2,5	0,2	0,8	0	1
23	3,5	0,2	0,8	0	1
24	4,5	0,2	0,8	0	1
25	5,5	0,2	0,8	0	1
26	6,5	0,2	0,8	0	1
27	7,5	0,2	0,8	0	1
28	8,5	0,2	0,8	0	1
29	9,5	0,2	0,8	0	1
30	10,5	0,2	0,8	0	1
31	11,5	0,2	0,8	0	1
32	12,5	0,2	0,8	0	1
33	13,5	0,2	0,8	0	1
34	14,5	0,2	0,8	0	1
35	15,5	0,2	0,8	0	1
36	16,5	0,2	0,8	0	1
37	17,5	0,2	0,8	0	1
38	18,5	0,2	0,8	0	1
39	19,5	0,2	0,8	0	1
40	20,5	0,2	0,8	0	1
41	21,5	0,2	0,8	0	1
42	22,5	0,2	0,8	0	1
43	23,5	0,2	0,8	0	1
44	24,5	0,2	0,8	0	1
45	25,5	0,2	0,8	0	1
46	26,5	0,2	0,8	0	1
47	27,5	0,2	0,8	0	1
48	28,5	0,2	0,8	0	1
49	29,5	0,2	0,8	0	1
50	30,5	0,2	0,8	0	1
51	31,5	0,2	0,8	0	1

TABLA 7.6

7.4.2 Columna $i/2$

Para realizar esta columna simplemente tomamos los valores de i anteriores y los dividimos en 2, así nos queda un avance de 0.5. Este cálculo se realiza para obtener los valores en el medio de los nodos, que son necesarios para poder resolver el problema.

$S_w(n)$ obtenida anteriormente y hacemos el promedio del valor siguiente y el del punto. = $(M_{21} + M_{20})/2$.

7.4.3 Columna $S_w(n)$ cuando $i=1/2$, y S_o .

La primera celda es igual a $1-S_{or}$, las demás celdas se obtienen al promediar los valores de saturación de agua, en el punto anterior y posterior, como se muestra en la *Figura 7.8*. Al igual que antes $S_o=1-S_w$.

	$if/2$	$S_w(n)$	$S_w(n)$
1	0,5	0,75	0,2
2	1,5	$=S_i((M20+M21)$	0,2
3	2,5	0,2	0,2
4	3,5	0,2	0,2
5	4,5	0,2	0,2
6	5,5	0,2	0,2

Figura 7.8

7.5.1 Permeabilidades Relativas al petróleo y al agua: K_{ro} y K_{rw} .

La planilla tiene la posibilidad de optar por varias curvas de permeabilidades relativas, y posee además la posibilidad de que el usuario cargue sus propios datos de laboratorio, esta opción se llama “Manual”, la misma ajusta un polinomio, de orden a elección, y da así la posibilidad de usarlo en la planilla para realizar cálculos.

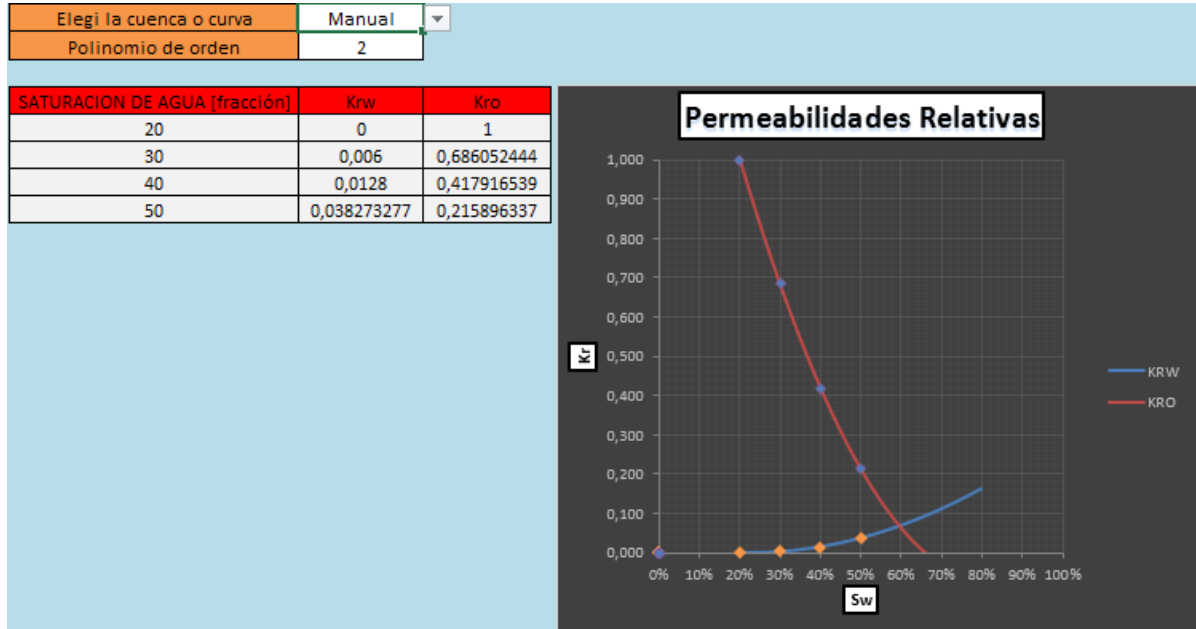


Figura 7.9

Al realiza clic en esa flecha, podemos optar por una lista, la cual nos ofrece las siguientes opciones.

o	CUENCA	A4	B4	C4	D4	E4
1	Austral	2,88	0,033	0,01	0,2	0,3
2	Cretácico	2,81	0,025	0,06	0,2	0,3
3	Cuyo	2,47	0,03	0,016	1,54	0,21
4	Comodoro	2,5	-0,18	0,22	0,78	0,5
5	Neuquén	2,51	0,151	0,038	0,598	0,03
6	Promedios	2,634	0,0118	0,0688	0,6636	0,268
7	Smith	1	0	0	0	0

Tabla 7.7

Nos interesa saber que numero de fila es Neuquén, para ello podemos usar el código COINCIDIR.

`=coincidir(valor buscado; matriz buscada;tipo de coincidencia)`

Valor buscado: Es el valor que estamos buscando, entiéndase por valor al texto también. En este caso sería Neuquén. Hay que tener presente que los textos, se deben escribir entre comillas.

Matriz buscada: Ahora se arrastra el ratón manteniendo el botón apretado, esto selecciona varias celdas a la vez, seleccionamos en este caso, la fila en la cual está el texto que queremos buscar. Al seleccionar la columna, Excel colocará un cuadro alrededor de la columna elegida, y pondrá la referencia correspondiente en el nombre.

referencia
↓

`=COINCIDIR("Neuquén";B7:B15;0)`

o	CUENCA	A4	B4
1	Austral	2,88	0,033
2	Cretácico	2,81	0,025
3	Cuyo	2,47	0,03
4	Comodoro	2,5	-0,18
5	Neuquén	2,51	0,151
6	Promedios	2,634	0,0118
7	Smith	1	0
	Elegida	2,5	-0,18

TABLA 7.8.-

En caso que busquemos valores, el procedimiento es igual. El último elemento que necesita la función es un 0, en caso que necesitemos una coincidencia exacta, como es en este caso, Excel nos da la posibilidad de también obtener valores aproximados.

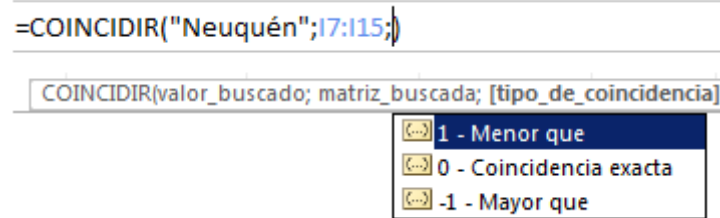


FIGURA 7.10.

Si realizamos todo correctamente, la función dará como resultado el número 6, ya que es la sexta fila en la columna.

Austral, Cretácico, Cuyo, Comodoro, Neuquén, Promedios, Smith, Manual.

Las primeras 6 corresponden a correlaciones explicadas en “**Propiedades de la roca y de los fluidos en reservorios de Petróleo** – Bidner (2001)”, el cual nos ofrece, tanto las fórmulas como los valores obtenidos para cada cuenca, para así poder determinar los valores de las permeabilidades.

La correlación de “Smith” fue obtenida del libro “**Inyección de agua y gas en yacimientos petrolíferos** - Magdalena Paris de Ferrer (2001)”.

Por último, está la opción “Manual”, esta permite al usuario usar sus datos de laboratorio.

Elegir la curva a usar		Manual
Polinomio de orden		2
S_w	K_{rw}	K_{ro}
20	0	0,678
39,6	0,042	0,51
52,4	0,1	0,395
63,4	0,158	0,257
76,5	0,28	0,026
80	0,338	0

Observemos que aparece una opción que antes no estaba, la señala un recuadro violeta, la misma dice “Polinomio de orden”, y en el ejemplo aparece un número 2, esta opción nos permite ajustar los datos del cuadro.

Con recuadro también está el cuadro en el cual debemos completar, con nuestros datos de laboratorio. El cuadro va apareciendo a medida que se van colocando los datos.

7.5.2 Funcionamiento del cuadro interactivo K_{rw}, K_{ro}.

El cuadro funciona en otra hoja, la misma la llamamos “K_{ro} K_{rw}”, y transmite los datos de la hoja central, a través de vínculos.

cuenca	K [D]	ϕ	Sor	Swc	nw	2
4	0,3	0,3	0,25	0,2	no	2
k _{rw} *	0,378	K _o *	0,85	Sor c		

Figura 7.11.

Este primer cuadro toma los valores de entrada, provistos por el usuario. En el caso de nw y no, son valores obtenidos en los textos mencionados anteriormente.

La función COINCIDIR lo que hace es buscar la coincidencia entre el valor obtenido de las opciones del usuario y la lista presente en esta hoja.

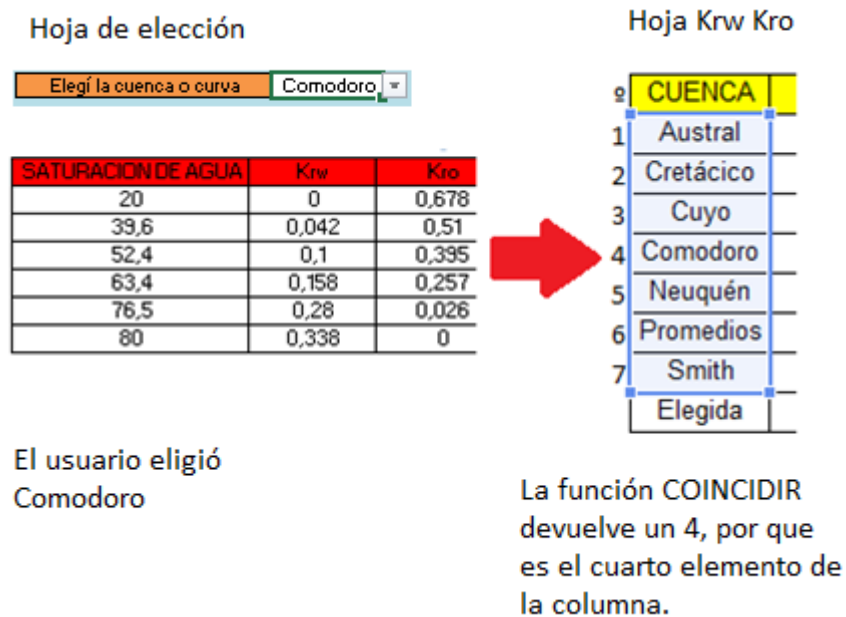


Figura 7.12.

La hoja utiliza como referencia los valores obtenidos en la bibliografía, para armar la siguiente *Tabla 7.9*, de la cual se sacan algunos coeficientes, tales como *A4*, *B4*, *C4*, *D4* y *E4*.

g	CUENCA	A4	B4	C4	D4	E4
1	Austral	2,88	0,033	0,01	0,2	0,3
2	Cretácico	2,81	0,025	0,06	0,2	0,3
3	Cuyo	2,47	0,03	0,016	1,54	0,21
4	Comodoro	2,5	-0,18	0,22	0,78	0,5
5	Neuquén	2,51	0,151	0,038	0,598	0,03
6	Promedios	2,634	0,0118	0,0688	0,6636	0,268
7	Smith	1	0	0	0	0
	Elegida	2,5	-0,18	0,22	0,78	0,5

Tabla 7.9

Dichos coeficientes, son utilizados en la siguiente *ecuación* (7.2).

$$K_{rw} = \left(1 - \left(\frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right) \right)^{A4} \left(\frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right)^{-B4} \left(\frac{k}{\phi} \right)^{C4} \left(\frac{S_{wi}}{0.5} \right)^{D4} \left(1 - \frac{S_o}{1 - S_{wi}} \right)^{E4} \quad (7.2)$$

Utilizando la ecuación anterior, podemos estimar los valores de Permeabilidades relativas de agua, en las distintas cuencas ya mencionadas.

A partir de una tabla similar a la *Tabla 7.9.*, mediante la función COINCIDIR, podemos obtener coeficientes *A2*, *B2* y *C2*, con los cuales podemos estimar valores de permeabilidades relativas al Petróleo, utilizando la siguiente *ecuación* (7.3).

$$K_{ro} = (S_o - S_{or})^{A2} \left(\frac{k}{\phi} \right)^{-B2} S_{wi}^{C2} \quad (7.3)$$

Así obtenemos K_{ro}^* y K_{rw}^* , escritos en la *Figura 7.11*, para cada una de las cuencas. Lo que se hace a continuación es aproximar los datos con un polinomio de 4^{to} orden, para cada una de las opciones que hay, de esta se confecciona una tabla de coeficientes. Ver *Figura 7.10*. La explicación de cómo obtener estas aproximaciones se verá más adelante.

krw					
	4	3	2	1	0
Smith	1,881	-1,298	0,5036	-0,1009	0,0076
Manual	-4,426	10,674	-7,6254	2,3457	-0,2218
Austral	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202
Cretácico	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202
Cuyo	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202
Comodoro	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202
Neuquén	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202
Promedios	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202
5	0,000	0,000	0,5052	-0,2021	0,0202

kro					
	4	3	2	1	0
Smith	0,000	0,000	3,306	-4,959	1,860
Manual	15,549	-40,851	40,023	-17,501	2,933
Austral	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802
Cretácico	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802
Cuyo	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802
Comodoro	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802
Neuquén	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802
Promedios	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802
5	0,000	0,000	3,203	-4,805	1,802

Tabla 7.10 Cuadro de coeficientes, en el reglón que dice 5, Excel devuelve el valor que coincide con el que eligió el usuario.

7.5.3 Tabla Kro, Krw

Para armar la columna de saturación de agua (S_w), se comienza con el valor de la saturación de agua connata (S_{wc}), que en este ejemplo es 0,2, ya que se trabaja en fracciones.

El ultimo valor de la tabla, lo obtenemos haciendo $1-S_{or}$, al igual que se hizo en otras tablas. Luego a la diferencia entre el último valor de la tabla y el primero, se la divide en 99, así obtenemos el valor de la variación que tiene cada celda. Luego vamos restando ese valor a la celda anterior. De esta forma se llega al primer valor que es la saturación de agua connata, completando todos los valores de saturación. Los mismos se adaptan de acuerdo al valor de la S_{wc} que el usuario introduzca.

Para obtener krw y kro , usamos el cuadro de coeficientes, de donde sacamos los distintos valores de los polinomios, de acuerdo a la elección del usuario, a_1 , a_2 , a_3 y a_4 , se obtienen de la tabla de coeficientes. Luego realizamos las cuentas a la saturación, y obtenemos los valores aproximados de las permeabilidades relativas. Estos mismos coeficientes, son los usados para calcular en la hoja de cálculo principal.

La idea del código es esta:

$$=a4*P5^4+a3*P5^3+a2*P5^2+a1*P5+L88$$

La columna “X” se completa con los datos de saturación provista por el usuario.

El programa posee un contador, el cual nos ofrece el valor de datos que el usuario introdujo. Para el ejemplo se introdujeron 6 valores, por lo que el contador nos da como resultado el número 6.

		6
SATURACION DE AGUA	Krw	Kro
20	0	0,678

Para el caso de la columna “”, se utiliza una condición SI, que copie números en caso que el número sea menor o igual, que el valor del contador. De esta forma enumeramos la tabla. El valor de “Y” se lo obtiene a partir de los valores introducidos por el usuario en la tabla cuya Figura es 7.13. En el caso de calcular Krw será ese el valor que usemos en la columna Y, cuando calculemos Kro, el valor de Y, será tomado ahora desde la columna Kro, Figura 7.13. En ambos casos el procedimiento es el mismo.

Se usa la función DESREF, colocamos en la celda que corresponde al "Y", de forma análoga para el caso de "X", en este ejemplo: Y=0. Repitiendo el procedimiento, tenemos X=20. Donde dice alto, colocamos el contador que obtuvimos antes.

=DESREF(primer x de la tabla;0;0; contador de puntos)

=DESREF(primer y de la tabla;0;0; contador de puntos)

De esta forma podemos seleccionar los valores de X e Y, con una tabla modificable, sin saber cuántos valores va a introducir el usuario. La función va a seleccionar tantos valores de la tabla como encuentre. Para que nos quede dinámica, pegamos las fórmulas anteriores en donde van las tablas de X e Y.

=ESTIMACION.LINEAL(Tabla de valores y; Tabla de valores $x^{\{1\ 2\ 3\ 4\}}$::;1)

=ESTIMACION.LINEAL(desref(valor y;;contador); desref(valor x;;contador) $^{\{1\ 2\ 3\ 4\}}$::;1)

Obtenemos los demás valores según se muestra la *Tabla 7.12*. Para ver el funcionamiento de la función, ver el “Anexo C”.

Este procedimiento lo repetimos tres veces, variando el grado del polinomio, y colocando el valor de cero a los coeficientes que pertenecen a variables de mayor grado. Armamos la siguiente *Tabla 7.12*.

2	0	0	9,2983E-05	-0,00391737	0,0444767
3	0	1,4408E-06	-0,00012342	0,00579195	-0,07875422
4	9,7173E-08	-1,8289E-05	0,00128624	-0,03544719	0,32523773

Tabla 7.12

Se observa que, al elegir la opción “Manual”, como se ilustra en la *Figura 7.14* automáticamente aparece la opción, “Polinomio interpolante”. Esto se logra usando el formato condicional en la celda de arriba, (ver formato condicional en “**Anexo C**”). Cuando la celda de arriba diga “Manual”, aparece la opción de poner polinomio interpolante. Además de cambiar el fondo a blanco y la letra a negro. Por otro lado

Elegi la cuenca o curva	Manual
Polinomio de orden	2
S	
SATURACION DE AGUA	Krw Kro
20	0 0,678
39,6	0,042 0,51
52,4	0,1 0,395
63,4	0,158 0,257
76,5	0,28 0,026
80	0,338 0

Figura 7.14

El orden que el usuario le asigne al polinomio, se lo compara con la tabla anterior usando la función COINCIDIR, para así obtener todos los valores de los coeficientes.

	4	3	2	1	0	
X'	0	0	9,2983E-05	-0,003917371	0,044476704	y1
20	0	0	0,037193182	-0,078347419	0,044476704	0,003322
20,6060606	0	0	0,039481468	-0,080721584	0,044476704	0,003237
21,2121212	0	0	0,041838061	-0,083095748	0,044476704	0,003219
21,8181818	0	0	0,044262961	-0,085469912	0,044476704	0,00327
22,4242424	0	0	0,046756168	-0,087844076	0,044476704	0,003389
23,030303	0	0	0,049317682	-0,090218241	0,044476704	0,003576
23,6363636	0	0	0,051947503	-0,092592405	0,044476704	0,003832
24,2424242	0	0	0,054645631	-0,094966569	0,044476704	0,004156
24,8484848	0	0	0,057412066	-0,097340733	0,044476704	0,004548
25,4545455	0	0	0,060246808	-0,099714898	0,044476704	0,005009
26,0606061	0	0	0,063149857	-0,102089062	0,044476704	0,005537
26,6666667	0	0	0,066121213	-0,104463226	0,044476704	0,006135
27,2727273	0	0	0,069160876	-0,10683739	0,044476704	0,0068
27,8787879	0	0	0,072268846	-0,109211554	0,044476704	0,007534
28,4848485	0	0	0,075445121	-0,111585718	0,044476704	0,008236

Tabla 7.13

Para armar la Tabla 7.13, obtenemos “X” tomando los datos de la saturación obtenida anteriormente. A dichos valores los elevamos al grado correspondiente, y multiplicamos por el coeficiente obtenido. Realizamos eso con todos los valores de la saturación, el resultado es una aproximación a la función. De esta forma, armamos la columna Krw. De forma análoga se hace para obtener la columna de Kro Manual.

Para obtener las columnas Krw y Kro elegidos, utilizo la condición SI, caso que el valor de la celda “cuenca” *Figura 7.11*, me da el número 8, entonces usamos la celda Krw/Kro manual, si no, usamos la Krw/Kro que vimos en la sección 7.5.4.

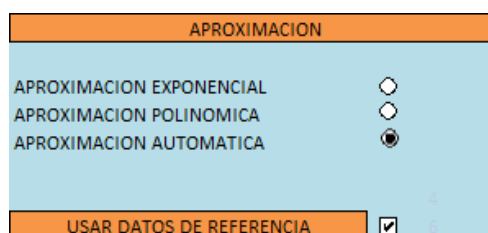
Luego graficamos las curvas de “Sw vs Kro”, “Sw vs Krw”. Así se obtiene el gráfico que se le proporciona al usuario, hecho de acuerdo a la cuenca que eligió, o bien a los datos que introdujo.

A continuación, volvemos a la *Tabla 7.6*. Para formar las columnas Krw y Kro, hacemos de manera análoga, solo que trasladamos los datos desde la hoja correspondiente. Usamos la condición SI, para que se haga la cuenta de acuerdo a los coeficientes elegidos en caso de usar números distintos a 8 en la celda “cuenca”, de acuerdo a la *Figura 7.11*, y las *Ecuación (7.1)* y *(7.2)*. O los coeficientes y la saturación como variable tal cual se explicó para la Kro y Krw manual, en este caso la celda “Cuenca” se le asigna un valor de 8.

De esta forma se completa la *Tabla 7.6*.

7.6.1. Presión capilar

La presión capilar presenta la misma posibilidad que la permeabilidad relativa, de poder ser aproximada con polinomios, y datos de referencia. Ahora se incorpora la posibilidad de ser aproximada con una función exponencial, y una opción que aproxima de forma automática, esta última usa la aproximación con menor error posible. Estas distintas opciones se muestran en *Figura 7.15*.



APROXIMACION	
APROXIMACION EXPONENCIAL	<input type="radio"/>
APROXIMACION POLINOMICA	<input type="radio"/>
APROXIMACION AUTOMATICA	<input checked="" type="radio"/>
USAR DATOS DE REFERENCIA	<input checked="" type="checkbox"/>

Figura 7.15

Nuevamente la planilla posibilitará elegir el orden del polinomio, *Figura 7.16*, de acuerdo al gusto y necesidad del usuario. Esta opción es visible solamente cuando se cargan los datos en la tabla, y se elige como opción, “APROXIMACIÓN POLINOMICA”.

APROXIMACION EXPONENCIAL	<input type="radio"/>
APROXIMACION POLINOMICA	<input checked="" type="radio"/>
APROXIMACION AUTOMATICA	<input type="radio"/>
Polinomio de orden	4
USAR DATOS DE REFERENCIA	<input checked="" type="checkbox"/>

Figura 7.16

Al igual que antes es posible usar datos de referencia, tildando la opción, o bien cargándolos uno mismo, como se muestra en la *Tabla 7.14*.

USAR DATOS DE REFERENCIA	<input checked="" type="checkbox"/>
SATURACION DE AGUA	Pe [atm]
20	6,9972
39,6	1,9992
52,4	0,9996
63,4	0
76,5	-0,9996
80	-1,9992

Tabla 7.14

Tanto la aproximación con datos de referencia, como la manual, al momento de usar la aproximación por polinomios, se basan en las mismas ideas que ya se explicaron para la permeabilidad relativa del agua y del petróleo.

La única innovación es la función exponencial, esta se logra con el cuadro que se muestra en la siguiente *Tabla 7.15*.

e	X	Y	X ²	E	Y'	X.Y'	y (aprox)
6	1	20	3,6442376	400	2,351	1,293147181	3,6442376
1	2	39,6	6,56102723	1568	2,106	1,881147181	3,98743107
2	3	52,4	9,63254222	2746	2,098	2,265147181	4,36294453
3	4	63,4	13,3985592	4020	2,179	2,595147181	4,77382171
4	5	76,5	19,848872	5852	2,235	2,988147181	5,22339295
5	6	80	22,0463528	6400	2,622	3,093147181	5,71530224
6							6,25353673
7							6,84245907
8							7,48684275
9							8,19191081
10							8,96337814
11							9,80749786
12							10,7311119
13							11,7417067
14							12,8474735
15							14,0573752
16							15,3812184
17							

Tabla 7.15

7.6.2 Aproximación exponencial

Los valores de las primeras columnas se obtienen como se vio para las K_{rw} y K_{ro} , La columna X^2 , se obtiene simplemente elevando al cuadrado la celda X . El valor de Y' se obtiene aplicando el logaritmo de las celdas “ Y ”. Para “ $X.Y'$ ”, multiplico los valores de dichas celdas. En base de los resultados obtenidos, al realizar sumas y promedios se obtiene la siguiente Tabla 7.16.

n	6
$\sum X.Y'$	859,6
$\sum X$	331,9
$\sum Y'$	14,11
$\sum X^2$	20985,73
\bar{Y}'	2,35
\bar{X}	55,31
A'	0,693

Tabla 7.16

El valor de “ n ”, se obtiene como el máximo valor de número (°) posible, en este caso es 6.

Haciendo las sumatorias se obtienen “ $\sum X.Y'$ ”, “ $\sum X$ ”, “ $\sum Y'$ ”, “ $\sum X^2$ ”, para obtener \bar{Y}' , hacemos el promedio de “ Y' ”, para “ \bar{X} ”, hacemos el promedio de “ X ”.

A partir de los datos obtenidos en la Tabla 7.16, se procede a calcular los valores de A y B , que se muestran en la siguiente Tabla 7.17, y que serán reemplazados en la ecuación $y=A.e^{Bx}$ para lograr los datos aproximados.

A	2,000
B	0,03

Tabla 7.17

Donde B y A , se calculan con las siguientes ecuaciones (7.4) y (7.5), respectivamente:

$$B = \frac{((n * \sum X.Y') - (\sum X * \sum Y'))}{((n * \sum X^2) - \sum X^2)} \quad (7.4)$$

$$A = e^{\bar{Y}' - B\bar{X}} \quad (7.5)$$

El siguiente paso en la planilla es completar las columnas con la T, serían:

$$T_o \left(i + \frac{1}{2} \right); T_o \left(i - \frac{1}{2} \right); T_w \left(i + \frac{1}{2} \right); T_w \left(i - \frac{1}{2} \right); T \left(i + \frac{1}{2} \right); T \left(i - \frac{1}{2} \right)$$

$$T_w \left(i - \frac{1}{2} \right) = \frac{C * K * K_{rw} \left(i - \frac{1}{2} \right)}{\mu_w} \text{ donde "C"} \text{ es una constante, la misma depende del tipo de}$$

unidades que se están utilizando, y con una condición SI, podemos introducir en la celda, el valor adecuado de esa constante de acuerdo a las unidades, teniendo presente la elección del usuario. Simplemente realizamos la cuenta. No olvidarse de colocar los valores C, K, y μ_w con signo \$\$, para que así podamos autocompletar.

$$T_w \left(i - \frac{1}{2} \right) = \frac{C * K * K_{rw} \left(i - \frac{1}{2} \right)}{\mu_w}; T_o \left(i - \frac{1}{2} \right) = \frac{C * K * K_{ro} \left(i - \frac{1}{2} \right)}{\mu_o}$$

$$T_w \left(i + \frac{1}{2} \right) = \frac{C * K * K_{rw} \left(i + \frac{1}{2} \right)}{\mu_w}; T_o \left(i + \frac{1}{2} \right) = \frac{C * K * K_{ro} \left(i + \frac{1}{2} \right)}{\mu_o}$$

$$T \left(i - \frac{1}{2} \right) = T_o \left(i - \frac{1}{2} \right) + T_w \left(i - \frac{1}{2} \right) \quad \text{y} \quad T \left(i + \frac{1}{2} \right) = T_o \left(i + \frac{1}{2} \right) + T_w \left(i + \frac{1}{2} \right)$$

Por condición de borde, se usa: $T_o \left(\frac{1}{2} \right) = T_w \left(\frac{1}{2} \right) = 0$ en el nodo inicial. De esta forma completamos las *Tabla (7.19)*.

7.8 Columnas a, b, c, d.

Para completar las columnas "a", "b", "c", en la *Tabla 7.20*, se realizan en cada columna, los cálculos utilizando las siguientes expresiones.

$$a_i = T_{i-\frac{1}{2}}^n$$

$$b_i = - \left(T_{i-\frac{1}{2}}^n + T_{i+\frac{1}{2}}^n \right)$$

$$c_i = T_{i+\frac{1}{2}}^n$$

Donde los valores de $T_{i-\frac{1}{2}}^n$ y $T_{i+\frac{1}{2}}^n$, fueron calculados en la *Tabla 7.19*. En esos casos basta con usar la celda con el resultado correspondiente.

De esta forma obtenemos la *Tabla 7.20*, que se presenta a continuación:

Para el último término, tenemos ahora $T_{o_{N+\frac{1}{2}}}^n=0$, y el término $\Delta x^2 Q_{total_i} < 0$, ya que en el nodo $i=N$, hay un Q_{total} constante, y es igual a la producción de petróleo hasta el tiempo de ruptura, e igual a la producción de agua más petróleo para tiempos posteriores a la ruptura.

$$d_N = T_{o_{N-\frac{1}{2}}}^n (P_{c_N}^n - P_{c_{N-1}}^n) + Z_N + \Delta x^2 Q_{total_N}$$


Donde $\Delta x=L/100$ y los valores de β , dependen de los datos introducidos por el usuario. La celda realiza los cálculos y me devuelve el resultado.

$$\beta_w = 0,433 * \gamma_w * sen\alpha$$


$$\beta_o = 0,433 * \gamma_o * sen\alpha$$

$P_{c_{i+1}}^n$ es el valor de la presión capilar que corresponde al valor que sigue al nodo que se trabaja. $P_{c_{i-1}}^n$ es el valor de la presión capilar en la saturación del nodo anterior. Finalmente $P_{c_i}^n$, es el valor que corresponde a la saturación en el nodo que se está trabajando, como se ilustra en la *Figura 7.17*.

Tw (i-1/2)	To (i-1/2)	T (i-1/2)	Tw (i+1/2)	To (i+1/2)	T (i+1/2)	Pc (Sw) [Psi]	a	b	c	d
0,000	0,000	0,000	0,000	0,380	0,380	0,1	0,000	-0,380	0,380	-0,421
0,000	0,380	0,380	0,000	0,380	0,380	0,1	0,380	-0,759	0,380	=(P21*(U21-U
0,000	0,380	0,380	0,000	0,380	0,380	0,1	0,380	-0,759	0,380	0,000



Presión capilar en los distintos nodos



Nodo que se trabaja

Figura 7.17

7.9 Columnas C' y D'

$$c'_i = \begin{cases} \frac{c_1}{b_1} & i = 1 \\ \frac{c_i}{b_i - c'_{i-1}a_i} & i = 2,3, \dots, N - 1. \end{cases}$$

Para la primera celda de C' hacemos la división entre la celda "c1" y "b1", según nuestro ejemplo sería, como ilustramos en la *Figura 7.18*:

a	b	c	d	C'
0,000	-0,380	0,380	-0,421	=X20/W20
0,380	-0,759	0,380	0,000	-1
0,380	-0,759	0,380	0,000	-1
0,380	-0,759	0,380	0,000	-1

Figura 7.18

Para las demás celdas, $i=2,3, \dots, N-1$, se hace según la ecuación anterior. Se representa en la Figura 7.19.

	V	W	X	Y	Z	AA
19	a	b	c	d	C'	D'
20	0,000	-0,380	0,380	-0,421	-1	1,1091
21	0,380	-0,759	0,380		=(X21/(W21-(Z20*V21)))	
22	0,380	-0,759	0,380	0,000	-1	1,1091

Figura 7.19

Para la columna D' se procede de la misma forma, realizando los siguientes cálculos:

$$d'_i = \begin{cases} \frac{d_1}{b_1} & i = 1 \\ \frac{d_i - d'_{i-1}a_i}{b_i - c'_{i-1}a_i} & i = 2,3, \dots, N - 1, N. \end{cases}$$

En el Excel que estamos siguiendo en el ejemplo, en la Figura 7.20 se representa la forma de la ecuación para $i=2, 3, \dots, N-1, N$. y se obtiene lo siguiente:

	V	W	X	Y	Z	AA
19	a	b	c	d	C'	D'
20	0,000	-0,380	0,380	-0,421	-1	1,1091
21	0,380	-0,759	0,380	0,000	-1	=(Y21-(AA20*V21))/(W21-(Z20*V21))

Figura 7.20

7.10 Columna de presión de agua (Pw)

Para realizar la columna "Pw (n+1)", se debe hallar para un determinado tiempo (n+1), las presiones de forma implícita, calculando la Pw en el punto N-esimo, y con dicho valor se procede a despejar el valor de las presiones de agua para los puntos anteriores. Para ellos es necesario empezar obteniendo el valor de la última celda, y a partir de ahí se obtienen los demás. Entonces para el N-esimo punto tenemos que:

$$P_{w_N}^{n+1} = d'_N$$

En la última celda, el valor de la presión, Pw, es igual al último valor de d' obtenido anteriormente.

Según se mencionó antes.

$$P_{w_i}^{n+1} = d'_i - c'_i * P_{w_{i+1}}^{n+1} \quad i = N - 1, N - 2, \dots, 3, 2, 1.$$

Entonces tomamos la celda que obtuvimos en el paso anterior, la multiplicamos por c'_i del punto que estamos analizamos, luego a la d'_i del punto, le restamos lo que calculamos recién. De nuevo así nos queda en el Excel mostrado, como ejemplo, se ilustra en la *Figura 7.21*.

	Y	Z	AA	AB
117	0	-1	1,1091	2,2
118	0	-1	1,1091	=AA118-(Z118*AB119)
119	0,421	-1	0,0000	0,0

Figura 7.21

Luego arrastramos hasta la primera celda, para usar autocompletar. Así obtenemos todas las celdas de Pw, como se muestra en la *Figura 7.22*.

Pw (n+1) [PSI]
109,8
108,7
107,6
106,5
105,4
104,3
103,1
102,0
100,9
99,8
98,7
97,6
96,5
95,4
94,3
93,2

Figura 7.22

7.11 Cálculo de la saturación al agua y al petróleo en el tiempo nuevo (n+1).

Para realizar el cálculo de la S_w para el tiempo (n+1), consideramos la ecuación (5.14), la cual fue descrita anteriormente en el capítulo 5:

$$S_{wi}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x^2 * \phi} \left[T_{wi-\frac{1}{2}}^n P_{wi-1}^{n+1} - \left(T_{wi-\frac{1}{2}}^n + T_{wi+\frac{1}{2}}^n \right) P_{wi}^{n+1} + T_{wi+\frac{1}{2}}^n P_{wi+1}^{n+1} + \left(T_{wi+\frac{1}{2}}^n - T_{wi-\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_w \right] + \frac{Q_{wi} \Delta t}{\phi} + S_{wi}^n \quad (5.14)$$

En dicha ecuación, se reemplazan los valores que ya fueron previamente calculados, tales como T_w para tiempo (n) y valores de P_w para tiempo (n+1), también se reemplazan valores de porosidad, caudal y S_w para tiempo (n), que fue calculada en una iteración anterior. Cabe destacar que se está calculando la S_w de forma explícita.

Para aplicar la ecuación (5.14) el primer nodo, $i=1$, se considera por convención que el valor de Q_w es positivo en $i=1$ e igual al caudal de inyección, debido a que es un caudal que ingresa en el medio poroso.

Para los demás nodos, el valor del caudal de agua será $Q_w=0$, entonces la ecuación tiene la expresión siguiente, la cual se obtiene a partir de una reducción de la expresión anterior. (5.14)

$$S_{wi}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x^2 * \phi} \left[T_{wi-\frac{1}{2}}^n P_{wi-1}^{n+1} - \left(T_{wi-\frac{1}{2}}^n + T_{wi+\frac{1}{2}}^n \right) P_{wi}^{n+1} + T_{wi+\frac{1}{2}}^n P_{wi+1}^{n+1} + \left(T_{wi+\frac{1}{2}}^n - T_{wi-\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \beta_w \right] + S_{wi}^n \quad (7.7)$$

Luego para las celdas de la columna S_o para el tiempo (n+1), se calcula realizando $S_o=1-S_w$. Luego la tabla nos queda:

Pw (n+1) [PSI]	Sw (n+1)	So (n+1)
109,8	0,256	0,744
108,7	0,200	0,800
107,6	0,200	0,800
106,5	0,200	0,800
105,4	0,200	0,800
104,3	0,200	0,800
103,1	0,200	0,800
102,0	0,200	0,800
100,9	0,200	0,800
99,8	0,200	0,800
98,7	0,200	0,800
97,6	0,200	0,800
96,5	0,200	0,800
95,4	0,200	0,800
94,3	0,200	0,800
93,2	0,200	0,800

Figura 7.21

En la *Figura 7.21*. se muestran las tres columnas calculadas para el tiempo (n+1)

7.12 Planilla para el nuevo tiempo n+1.

Para el caso de la planilla que representa el nuevo tiempo(n+1), se toman los valores de la columna correspondiente a la Sw (n+1), de la tabla anterior, que se muestra en la Figura 7.21., y lo que hacemos es cambiar el dato de saturación, Sw(n), en la columna que se ilustra en la Figura 7.22.

z [cm]	Sw (n)	So (n)
0	0,256	0,744
0	0,2	0,8
0	0,2	0,8
0	0,2	0,8
0	0,2	0,8
0	0,2	0,8

Figura 7.22

Luego, copiamos la tabla de forma completa y pegamos devuelta de forma continuada, pero esta vez, debemos tener la precaución de que la saturación, Sw, usada en la columna Sw (n), sea la saturación de agua obtenida en la anterior tabla. Repetimos esto tantas veces, como nodos temporales se deseen.

Luego con una función SI, decimos que cuando el último nodo cambie de valor, cambie el número de la celda, al valor del tiempo que representa dicha tabla, y en caso que no lo haga, no coloque valor alguno. De esta forma cuando se logre la ruptura, es decir cuando el valor del último nodo, sea levemente mayor que la saturación de agua connata, S_{wc} , el número

obtenido sea el de la tabla. Observe la *Figura 7.23* Y podrá ver que como el valor supera el $S_{wc}=0.2$ que proporcionó el usuario, la Función SI, me devolvió el valor de la tabla.

19,9	0,568	0,432	
18,5	0,566	0,434	
17,1	0,564	0,436	
15,7	0,563	0,437	
14,3	0,561	0,439	
12,9	0,558	0,442	
11,5	0,555	0,445	
10,0	0,552	0,448	
8,5	0,546	0,454	
7,0	0,538	0,462	
5,3	0,522	0,478	
3,6	0,476	0,524	
1,5	0,309	0,691	
0,0	0,203		733

Figura 7.23

Luego buscamos el mínimo valor en todas las tablas a través de esta función K.ESIMO.MENOR, en esta aclaramos que no nos interesa el valor de 0, el resultado de dicha función, será el tiempo de ruptura. La función en este ejemplo queda como sigue.

`=K.ESIMO.MENOR(AE19:AE106118;CONTAR.SI(AE19:AE106118;"<=0")+1)`

Observe que para evitar que la función cuente los 0, se usa la Función, CONTAR.SI, la cual cuenta valores que no cumplan un requisito, en este caso, pedimos que los valores menores o iguales que 0, no los tenga en cuenta.

Capítulo 8: Validación del Simulador.

En el presente Capítulo se realizará la validación del Simulador, observando el comportamiento de los resultados, tanto analíticos, como numéricos obtenidos con el programa desarrollado en este trabajo.

8.1 Ejercicio de Bibliografía.

Se procede a analizar un ejercicio de un libro, [Khalid Aziz], los datos del ejercicio se muestran en la siguiente Tabla 8.1.

Datos Petrofísicos: Ejercicio 1	
Caudal de Inyección, q_w	75,9572 [bbl/día]
Viscosidad del Petróleo, μ_o	1 [cp]
Viscosidad del Agua, μ_w	1 [cp]
Área, A	10000 [ft ²]
Porosidad, ϕ	20 %
Longitud, L	1000 [ft]
Densidad del Agua, ρ_w	62,42 [lb/ft ³]
Densidad del Petróleo, ρ_o	52 [lb/ft ³]
Saturación Agua Connata, S_{wc}	16 %
Saturación Petróleo Residual, S_{or}	20 %
Permeabilidad, K	300 [mD]
Ángulo, α	0 Grados

Tabla 8.1.- Datos del ejercicio 1.

En este problema se utilizan las curvas de Permeabilidades relativas que se muestran en el Gráfico 8.1. y de estas curvas se extraen ciertos puntos, con los cuales se confecciona la Tabla 8.2. que contiene valores de S_w , K_{rw} y K_{ro} para ser introducidos en el simulador.

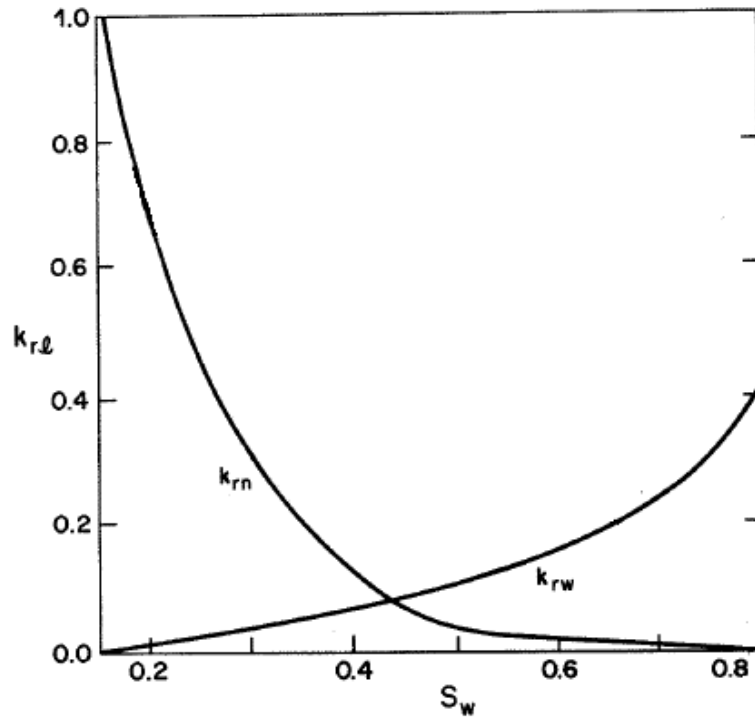


Gráfico 8.1.- Curvas de K_{rw} y K_{ro} , para el Ejercicio 1

Permeabilidades Relativas: Ejercicio 1		
S_w [fracción]	K_{rw}	K_{ro}
0,16	0	1
0,3025	0,0430	0,3072
0,395	0,0690	0,1200
0,60	0,1672	0,0314
0,70	0,2800	0,0154
0,75	0,3600	0,0057
0,80	0,4190	0,0000

Tabla 8.2.- S_w , K_{rw} y K_{ro} obtenidos del Gráfico 8.11.

Al introducir los valores que contiene la Tabla 8.2. en el simulador, se genera un gráfico que posee las dos curvas de permeabilidades relativas, K_{rw} y K_{ro} , tal como las que se muestra en el Gráfico 8.2., que aproximan a las curvas de permeabilidades teóricas, mostradas en el Gráfico 8.1.

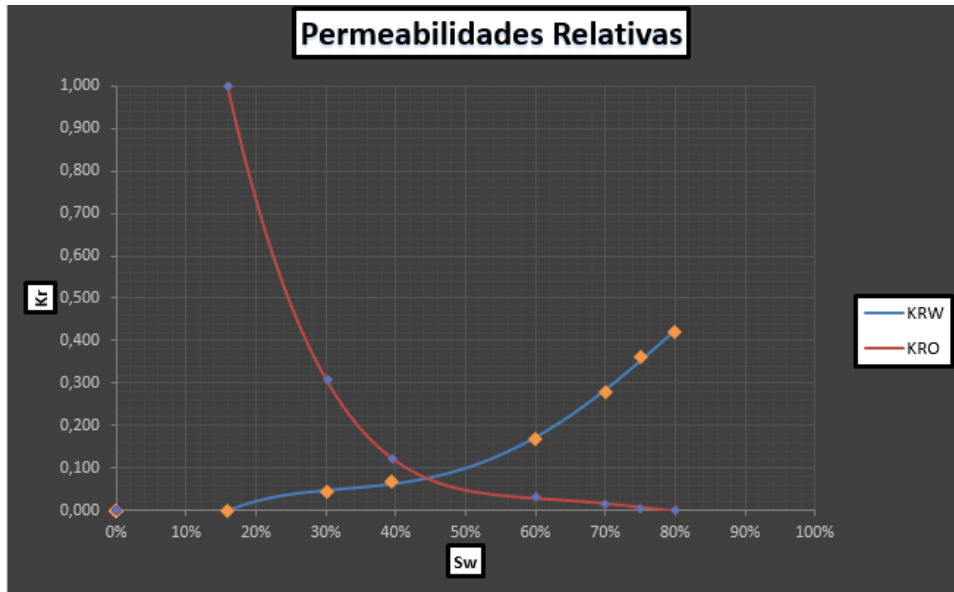


Gráfico 8.2.- Curvas de K_{rw} y K_{ro} , obtenidas con el simulador.

En este ejercicio se utilizará, según la bibliografía, una curva de Presión Capilar lineal, para la cual solo se proporcionó los valores correspondientes a los extremos de dicha recta. Estos valores se presentan en la Tabla 8.3., y la curva que se obtiene, se muestra en el Gráfico 8.3.

Presión Capilar	
Sw [fracción]	Pc [psi]
0,16	0,1
0,80	0,00

Tabla 8.3.- Valores de P_c .

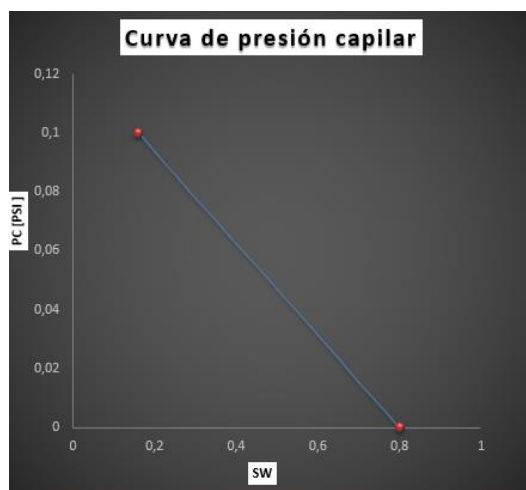


Gráfico 8.3.- Curva de Presión Capilar obtenida con el simulador.

A continuación, se muestra el resultado numérico y analítico, que se observa en la bibliografía para los datos correspondiente al Ejercicio 1, que ya fueron presentados anteriormente. Las tres curvas numéricas tienen distintas cantidades de puntos que discretizan la longitud total, N , y las mismas tienen diferentes Δt .

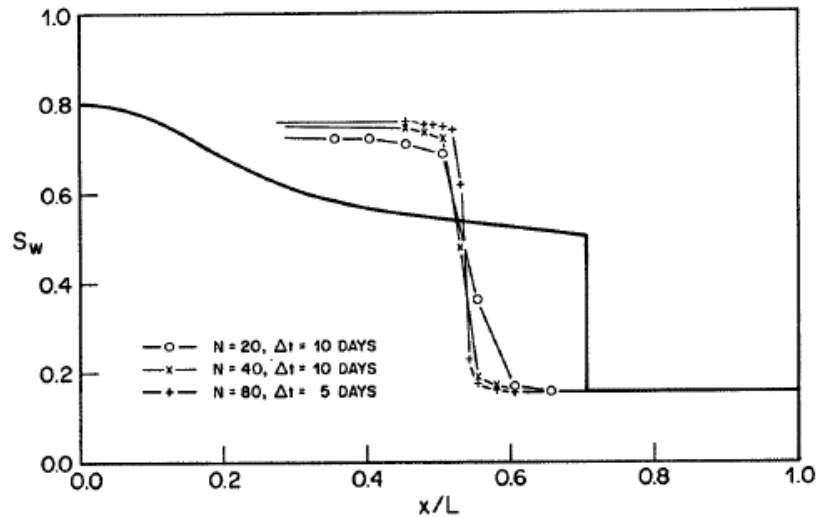


Gráfico 8.4.- Resultado del Ejercicio 1, para un $t = 1500$ días.

Con los datos mencionados anteriormente, después de ingresarlos en el simulador para un tiempo $t = 1500$ días, en el siguiente gráfico se muestran los resultados obtenidos.

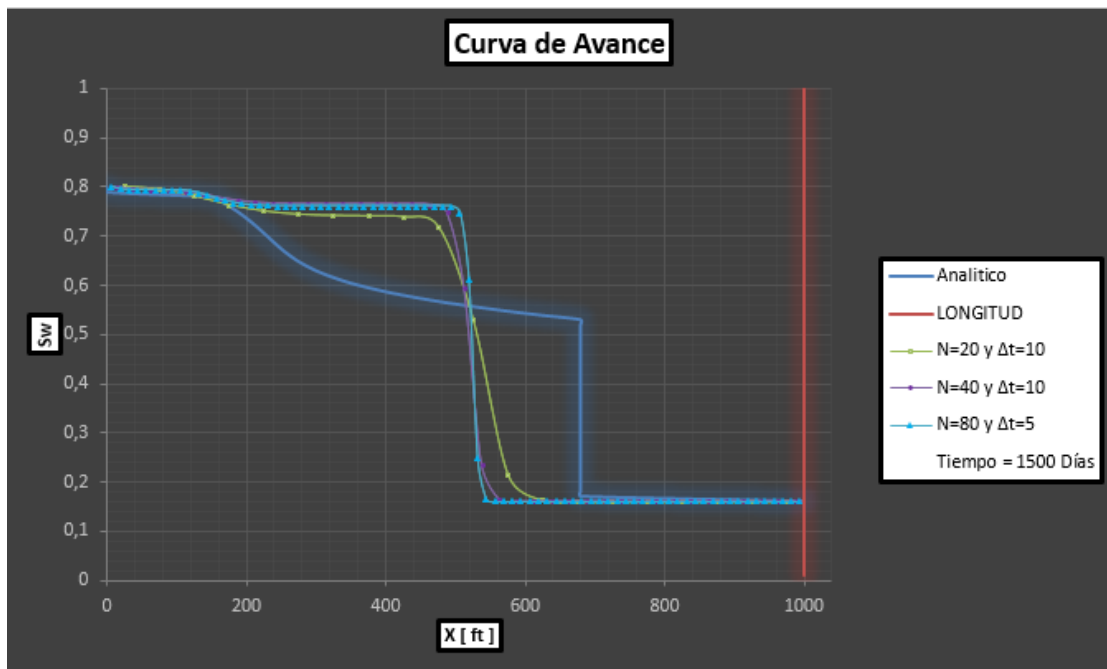


Gráfico 8.5.- Resultados del Ejercicio 1, obtenidos con el simulador.

En el Gráfico 8.5, se muestran como resultados un conjunto de curvas de avances: una curva analítica y tres curvas numéricas. Para obtener dichas curvas numéricas, manteniendo

las condiciones de discretización que fueron planteadas en la bibliografía, (N=20, N=40 y N=80), fue necesario introducir diferentes longitudes L, debido a que el simulador posee una discretización fija de 100 puntos, N= 100.

Comparando los Gráficos 8.4. y 8.5., se puede ver la similitud de los comportamientos de cada una de las curvas numéricas en igualdad de condiciones de N y Δt, obtenidas con el Simulador, el cual utiliza el método IMPES, con los resultados presentes en la Bibliografía, que basa su funcionamiento en un método numérico denominado Solución Simultánea.

8.2.- Corrección en la Ponderación de la Permeabilidad Relativa.

Al observar el gráfico 8.5, nos llamó la atención la separación que existe entre los frentes de las curvas de avance, numérica y analítica. Este comportamiento es más evidente al utilizar una presión capilar casi nula ($P_c \approx 0$). El uso de una ponderación de punto medio para calcular la permeabilidad relativa en $i+1/2$, como la que se expresa en la siguiente ecuación, converge a una solución que es matemáticamente posible, pero físicamente incorrecta.

$$k_{rl_{i+\frac{1}{2}}} = k_{rl} \left[\frac{S_{wi} + S_{wi+1}}{2} \right] \quad (8.1)$$

La ecuación 8.1. fue utilizada en el capítulo 5, en el cálculo de las transmisibilidades, T. Pero debido a estos casos de Presión Capilares muy pequeñas, se agregó para estas situaciones, otra ponderación, ascendente, la cual se define con la siguiente ecuación 8.2.

$$k_{rl_{i+\frac{1}{2}}} = k_{rl}(S_{wi}) \quad \text{si el flujo es desde } i \text{ a } i + 1 \quad (8.2.)$$

Con la implementación de la ponderación que se muestra en la ecuación 8.2., la solución numérica converge a una solución correcta en situaciones donde la Presión Capilar es pequeña.

En el siguiente gráfico 8.6. se muestra el resultado, que se obtuvo al ingresar en el simulador los datos de las Tablas 8.1., Tabla 8.2. y Tabla 8.3., en este ya se implementó el cambio de ponderación, que se expresa con la ecuación 8.1. al que se expresa en la ecuación 8.2. El simulador realiza dicha modificación de forma automática, para el caso en que la Presión Capilar es muy baja.

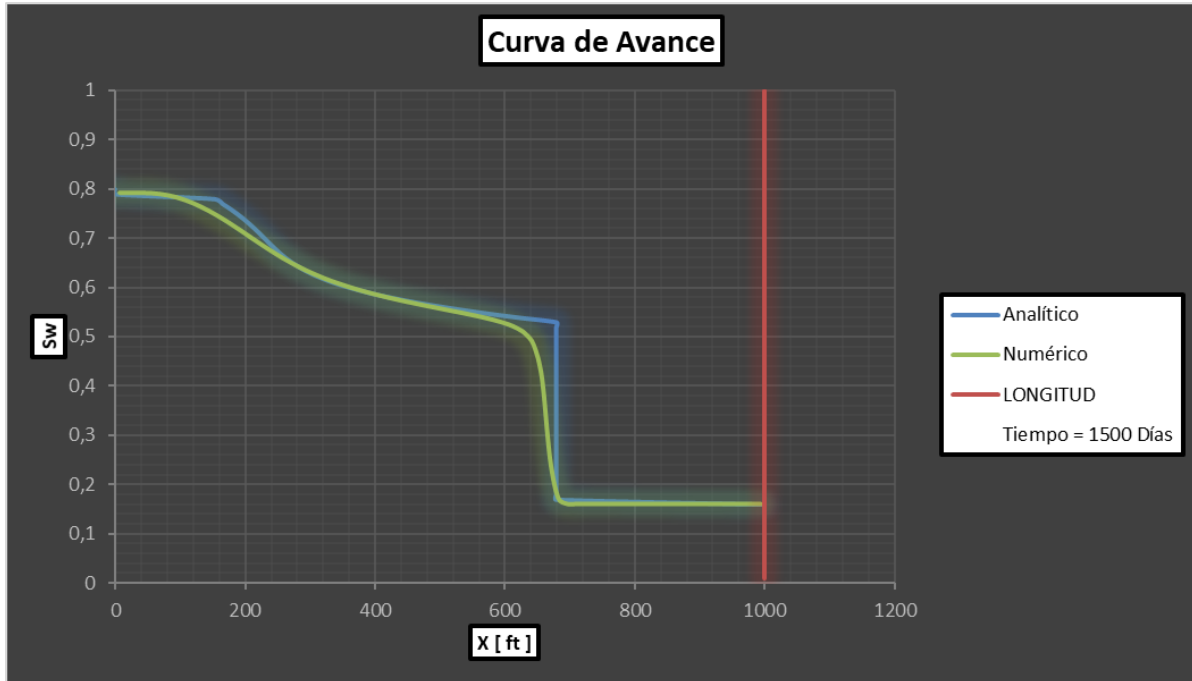


Gráfico 8.6.- Resultado para $N=80$, y $\Delta t = 5$

En el Gráfico 8.6, se puede observar como la solución numérica y analítica convergen, para un $t=1500$, $N=80$ y $\Delta t= 5$ Días.

También se puede obtener del simulador, para esta situación, los siguientes resultados: Tiempo de Ruptura en días y Sw promedio en porcentual, que es constante hasta el tiempo de ruptura. Estos se muestran en la siguiente Tabla 8.4.

	Numérico	Analítico
Tiempo de Ruptura [Días]	2210	2207,73
Sw Promedio [%]	63,19	65

Tabla 8.4.- Tiempos de ruptura y Sw promedio.

Como otra forma de mejorar la eficiencia en la solución, permitiendo un menor consumo de RAM, se optó por crear macros, a través de Visual Basic, el programa está disponible en el **Anexo D2**. Al correrlo se observó que realizaba 50 iteraciones en 15 minutos, lo cual es demasiado tiempo para ejecutar las operaciones necesarias. Luego de un estudio del problema, se llegó a la conclusión que demoraba en exceso, por que MICROSOFT tiene trabas de seguridad, las cuales ralentizaban el procedimiento.

Capítulo 9: Conclusiones.

Analizando el Capítulo 8, donde se realiza una comparación de los resultados obtenidos mediante el simulador con datos reales, se puede notar que la planilla brinda valores lo bastante aproximados, como para considerarla confiable.

No se recomienda el uso de macros para hacer trabajos iterativos, ya que consumen más tiempo que las planillas comunes.

Mediante la implementación de algunas funciones, fue posible realizar una planilla de cálculo totalmente interactiva. La misma permite al usuario modificar casi cualquier valor que necesite, pudiendo introducir sus propias curvas de permeabilidad y presión capilar, mediante tres tipos de aproximaciones, logrando un programa totalmente interactivo, de fácil acceso y didáctico.

La planilla permite generar polinomios a partir de datos que van a ser introducidos a posteriori. La metodología para obtener estos polinomios genéricos, puede ser aplicada por docentes a la hora de realizar aproximaciones polinomiales a series de datos desconocidos, permitiendo planillas de cálculos más interactivas.

El programa posee avisos cuando el usuario coloca valores que no son coherentes, de esta forma se evitan obtener resultados errados o errores. Esto no garantiza que el usuario sin conocimiento no obtenga resultados incorrectos, solamente brinda al programa robustez.

Los valores de incremento de tiempo usados, le dan al programa una gran estabilidad.

Al ingresar valores de permeabilidades relativas de forma manual en el Simulador, es necesario, para generar curvas de tendencias representativas, poder cubrir en lo posible todo el rango de S_w , $S_{w_c} < S_w < S_{w_{máx}}$, para así obtener resultados favorables, principalmente los valores de K_{rw} y K_{ro} en las saturaciones de S_{w_c} y $S_{w_{máx}}$.

En este Simulador se puede observar que, al introducir datos de presión capilar de forma manual, estos juegan un papel importante en la solución numérica, de esta forma es posible lograr curvas más reales, y así, obtener resultados mejores que los que se pueden obtener con la Solución de Buckley-Leverett.

El usuario mediante la manipulación de este Simulador, podrá sacar sus propias conclusiones y aprender la influencia que poseen, las distintas variables petrofísicas, tales como: Área, porosidad, buzamiento, densidades, permeabilidad absoluta, viscosidades, etc. En las curvas de avances tanto numérica como analítica y demás resultados.



Para lograr reducir la necesidad de recursos, y poder correr el programa en computadoras de menor capacidad, tenemos planillas de cálculos que poseen menos tablas. Esto limita al usuario, ya que posee menos cantidad de iteraciones para lograr la convergencia. Pero se puede solucionar por ejemplo reduciendo la distancia que hay del pozo inyector al productor, que, a fines didácticos, no es un problema mayor.



Bibliografía de Referencia

- L. P. DAKE – **Fundamentals of Reservoir Engineering-**
- Magdalena Paris de Ferrer (2009) – **Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos-** Maracaibo- Venezuela.
- Magdalena Paris de Ferrer (2001) – **Inyección de agua y gas en yacimientos petrolíferos-** Maracaibo – Venezuela.
- Tarek Ahmed (2010) – **Reservoir Engineering Handbook** – Fourth Edition – USA.
- Smith, C – **Mechanics of Secondary Oil Recovery-** Reinhold Publishing Corporation, New York (1966).
- Bidner, Mirtha Susana- **Propiedades de la roca y de los fluidos en reservorios de Petróleo-** Buenos Aires- Argentina – julio 2001.
- Willhite, G. Paul- **Waterflooding-** Richardson, TX, USA (1986).
- Khalid Aziz - (1979) - **Petroleum Reservoir Simulation** – Calgary – Canada.

Anexos

Anexo A: Obtención de la ecuación (5.11) a partir de la ecuación (5.10)

A partir de la siguiente ecuación (5.10)

$$\frac{1}{\Delta x} \left[\left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1})}{\Delta x} + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \beta_w \right) - \left(T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{w_i}^{n+1} - P_{w_{i-1}}^{n+1})}{\Delta x} + T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \beta_w \right) + \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{o_{i+1}}^{n+1} - P_{o_i}^{n+1})}{\Delta x} + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \beta_o \right) - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \frac{(P_{o_i}^{n+1} - P_{o_{i-1}}^{n+1})}{\Delta x} + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \beta_o \right) \right] = -Q_{total_i} \quad (5.10)$$

Sacando factor común Δx , obtenemos:

$$\frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1}) + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right) - \left(T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{w_i}^{n+1} - P_{w_{i-1}}^{n+1}) + T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right) + \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{o_{i+1}}^{n+1} - P_{o_i}^{n+1}) + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o \right) - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{o_i}^{n+1} - P_{o_{i-1}}^{n+1}) + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o \right) \right] = -Q_{total_i}$$

Reemplazamos $P_o = P_w + P_c$, obtenemos:

$$\frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n (P_{w_{i+1}}^{n+1} - P_{w_i}^{n+1}) + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right) - \left(T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n (P_{w_i}^{n+1} - P_{w_{i-1}}^{n+1}) + T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w \right) + \left(T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n ((P_{w_{i+1}}^{n+1} + P_{c_{i+1}}^{n+1}) - (P_{w_i}^{n+1} + P_{c_i}^{n+1})) + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o \right) - \left(T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n ((P_{w_i}^{n+1} + P_{c_i}^{n+1}) - (P_{w_{i-1}}^{n+1} + P_{c_{i-1}}^{n+1})) + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o \right) \right] = -Q_{total_i}$$

Distribuyendo:

$$\left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i+1}}^{n+1} - T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} + T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i-1}}^{n+1} - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n * P_{w_{i+1}}^{n+1} + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{c_{i+1}}^{n+1} - T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} - T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{c_i}^{n+1} + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{c_i}^{n+1} + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i-1}}^{n+1} + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{c_{i-1}}^{n+1} - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o \right] = -\Delta x^2 Q_{total_i}$$

Sustituyendo $P_{c_i}^{n+1} \approx P_{c_i}^n$

$$\left[T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i+1}}^{n+1} - T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} + T_{w_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} + T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i-1}}^{n+1} - T_{w_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_w + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i+1}}^{n+1} + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{c_{i+1}}^n - T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} - T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n P_{c_i}^n + T_{o_{i+\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_i}^{n+1} - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{c_i}^n + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{w_{i-1}}^{n+1} + T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n P_{c_{i-1}}^n - T_{o_{i-\frac{1}{2}}}^n \Delta x \beta_o \right] = -\Delta x^2 Q_{total_i}$$

Si $c'_1 = \frac{c_1}{b_1}$ y $d'_1 = \frac{d_1}{b_1}$,

entonces:

$$P_{w_1}^{n+1} + c'_1 P_{w_2}^{n+1} = d'_1 \Rightarrow P_{w_1}^{n+1} = d'_1 - c'_1 P_{w_2}^{n+1}$$

Para $i=2$

$$a_2 P_{w_1}^{n+1} + b_2 P_{w_2}^{n+1} + c_2 P_{w_3}^{n+1} = d_2$$

Sustituyendo $P_{w_1}^{n+1}$, se obtiene:

$$a_2 (d'_1 - c'_1 P_{w_2}^{n+1}) + b_2 P_{w_2}^{n+1} + c_2 P_{w_3}^{n+1} = d_2 \Rightarrow$$

$$(b_2 - c'_1 a_2) P_{w_2}^{n+1} + c_2 P_{w_3}^{n+1} = d_2 - d'_1 a_2 \Rightarrow P_{w_2}^{n+1} + \frac{c_2}{b_2 - c'_1 a_2} P_{w_3}^{n+1} = \frac{d_2 - d'_1 a_2}{b_2 - c'_1 a_2}$$

Si:

$$c'_2 = \frac{c_2}{b_2 - c'_1 a_2} \text{ y } d'_2 = \frac{d_2 - d'_1 a_2}{b_2 - c'_1 a_2} \Rightarrow$$

$$P_{w_2}^{n+1} + c'_2 P_{w_3}^{n+1} = d'_2 \Rightarrow$$

$$P_{w_2}^{n+1} = d'_2 - c'_2 P_{w_3}^{n+1}$$

Para $i=3$

$$a_3 P_{w_2}^{n+1} + b_3 P_{w_3}^{n+1} + c_3 P_{w_4}^{n+1} = d_3$$

Sustituyendo $P_{w_2}^{n+1}$, se obtiene:

$$a_3 (d'_2 - c'_2 P_{w_3}^{n+1}) + b_3 P_{w_3}^{n+1} + c_3 P_{w_4}^{n+1} = d_3 \Rightarrow$$

$$(b_3 - c'_2 a_3) P_{w_3}^{n+1} + c_3 P_{w_4}^{n+1} = d_3 - d'_2 a_3 \Rightarrow P_{w_3}^{n+1} + \frac{c_3}{b_3 - c'_2 a_3} P_{w_4}^{n+1} = \frac{d_3 - d'_2 a_3}{b_3 - c'_2 a_3}$$

Si:

$$c'_3 = \frac{c_3}{b_3 - c'_2 a_3} \text{ y } d'_3 = \frac{d_3 - d'_2 a_3}{b_3 - c'_2 a_3} \Rightarrow$$

$$P_{w_3}^{n+1} + c'_3 P_{w_4}^{n+1} = d'_3 \Rightarrow$$

$$P_{w_3}^{n+1} = d'_3 - c'_3 P_{w_4}^{n+1}$$

Para $i = N-1$

$$a_{N-1} P_{w_{N-2}}^{n+1} + b_{N-1} P_{w_{N-1}}^{n+1} + c_{N-1} P_{w_N}^{n+1} = d_{N-1}$$

Sustituyendo $P_{w_{N-2}}^{n+1}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} a_{N-1}(d'_{N-2} - c'_{N-2} P_{w_{N-1}}^{n+1}) + b_{N-1} P_{w_{N-1}}^{n+1} + c_{N-1} P_{w_N}^{n+1} &= d_{N-1} \Rightarrow \\ (b_{N-1} - c'_{N-2} a_{N-1}) P_{w_{N-1}}^{n+1} + c_{N-1} P_{w_N}^{n+1} &= d_{N-1} - d'_{N-2} a_{N-1} \\ \Rightarrow P_{w_{N-1}}^{n+1} + \frac{c_{N-1}}{b_{N-1} - c'_{N-2} a_{N-1}} P_{w_N}^{n+1} &= \frac{d_{N-1} - d'_{N-2} a_{N-1}}{b_{N-1} - c'_{N-2} a_{N-1}} \end{aligned}$$

Si:

$$c'_{N-1} = \frac{c_{N-1}}{b_{N-1} - c'_{N-2} a_{N-1}} \quad \text{y} \quad d'_{N-1} = \frac{d_{N-1} - d'_{N-2} a_{N-1}}{b_{N-1} - c'_{N-2} a_{N-1}} \Rightarrow$$

$$P_{w_{N-1}}^{n+1} + c'_{N-1} P_{w_{N-1}}^{n+1} = d'_{N-1} \Rightarrow$$

$$P_{w_{N-1}}^{n+1} = d'_{N-1} - c'_{N-1} P_{w_{N-1}}^{n+1}$$

Para $i = N$

$$a_N P_{w_{N-1}}^{n+1} + b_N P_{w_N}^{n+1} = d_N$$

Sustituyendo $P_{w_{N-1}}^{n+1}$, se obtiene:

$$a_N (d'_{N-1} - c'_{N-1} P_{w_N}^{n+1}) + b_N P_{w_N}^{n+1} = d_N \Rightarrow$$

$$(b_N - c'_{N-1} a_N) P_{w_N}^{n+1} = d_N - d'_{N-1} a_N \Rightarrow$$

$$P_{w_N}^{n+1} = \frac{d_N - d'_{N-1} a_N}{b_N - c'_{N-1} a_N}$$

Si

$$d'_N = \frac{d_N - d'_{N-1} a_N}{b_N - c'_{N-1} a_N}$$

Entonces:

$$P_{wN}^{n+1} = d'_N$$

$$P_{wi}^{n+1} = d'_i - c'_i P_{wi+1}^{n+1} \quad i = N - 1, N - 2, \dots, 2, 1.$$

Según lo demostrado, se llega a las siguientes expresiones para c'_i y d'_i .

$$c'_i = \begin{cases} \frac{c_1}{b_1} & i = 1 \\ \frac{c_i}{b_i - c'_{i-1} a_i} & i = 2, 3, \dots, N - 1. \end{cases}$$

$$d'_i = \begin{cases} \frac{d_1}{b_1} & i = 1 \\ \frac{d_i - d'_{i-1} a_i}{b_i - c'_{i-1} a_i} & i = 2, 3, \dots, N - 1, N. \end{cases}$$

Anexo C: Conocimientos previos de Excel, necesarios para comprender el funcionamiento de la planilla de cálculo.

C.1 La función “SI”

=SI(“condición que debe verificarse”; “pasos a realizar si se verifica dicha condición”; “pasos que deben verificarse si dicha condición es falsa”)

La función “SI”, necesita de ciertos elementos, básicamente se divide en tres partes. En la primera parte se coloca la condición que la celda debe cumplir, por ejemplo: podemos pedir que una determinada celda sea mayor, menor o igual, que un determinado valor, o ver si alguna celda posee algún tipo de texto determinado. Excel evalúa a dicha condición y nos dará como resultado la palabra “VERDADERO” si la condición es verdadera o “FALSO”, si esta condición no se verifica. Los siguientes argumentos de la función, se obtienen en base al anterior resultado, si es verdadero el argumento siguiente luego del punto y coma será la acción a realizar en ese caso, sino si el argumento es falso, la condición a realizar ahora estará luego del segundo punto y coma.

C2 La función “SI.ERROR”.

=si.error(“condición que debe verificarse sin dar error”; “acción a realizar en caso que haya un error”)

Esta función se utiliza cuando aparece un error, y nosotros queremos aprovechar el hecho que ese error aparezca, para que Excel realice alguna acción determinada. Por ejemplo si hacemos =45/0, Excel nos devuelve el siguiente resultado, “#DIV/0!” entonces si queremos

sacar provecho de este error, podemos por ejemplo realizar la siguiente variación: de esta forma Excel nos devuelve el número 2, ya que 45/0 es un error. Así podemos realizar acciones en caso que los cálculos hechos den error.

C.3 La función “COINCIDIR”.

La función COINCIDIR se usa cuando queremos ubicar en una tabla, algún dato en particular, Excel nos devuelve su ubicación. Por ejemplo: en la tabla que sigue a continuación, tenemos dos columnas, en la primera las variables, en la segunda los valores de dichas variables. Entonces usando la función.

=COINCIDIR (“valor buscado”;” columna donde buscamos el valor”; tipo de coincidencia”)

=COINCIDIR (“AREA”;B6:B3;0)

En este caso Excel devolverá el valor 5, ya que es el quinto valor de la tabla que seleccionamos.

	B	C
5	Variables	Referencia
6	TIEMPO	100
7	CAUDAL TOTAL	150
8	VISCOSIDAD DEL PETROLEO	1
9	VISCOSIDAD DEL AGUA	1
10	AREA	5000
11	POROSIDAD	20
12	DISTANCIA POZO PRODUCTOR	500
13	DENSIDAD DEL AGUA	62,42
14	DENSIDAD DEL PETROLEO	53
15	ANGULO DE BUZAMIENTO	0
16	SATURACION DEL PETROLEO RECIDUAL	20
17	SATURACION DEL AGUA CONNATA	20
18	PERMEABILIDAD	300
19	PROFUNDIDAD DEL POZO PRODUCTOR	300

C.4 La función DESREF.

La función DESREF nos permite generar una lista que tiene tantos elementos como el usuario le indique, esto posibilita generar tablas que varíen de acuerdo a las necesidades del usuario.

=DESREF(referencia;filas;columnas;alto)

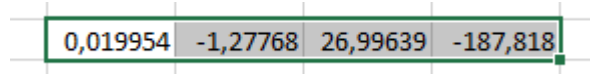


Figura C.2

En todas ellas veremos la fórmula que usamos en la primera celda.

C.6 Formato condicional.

Excel permite al usuario poder elegir que formato puede llegar a tener una celda que cumple determinada condición. Esto es muy útil, acá solo vamos a explicar lo necesario para poder entender este trabajo. El formato condicional es muy completo.

Supongamos que queremos hacer que una celda aparezca, cuando uno coloque datos en ella.

Seleccionamos la celda, y vamos a “Formato condicional”, como se ilustra en la Figura C.3.



Figura C.3

Elegimos la opción resaltar reglas, y ahí elegimos más reglas. Se nos abre el siguiente cartel. Vamos a la opción, “aplicar formato únicamente a las celdas que contengan”, y elegimos la opción “Sin espacios en blanco”. Una vez seleccionada esta opción, nos vamos a donde dice formato, como se representa en la Figura C.4.

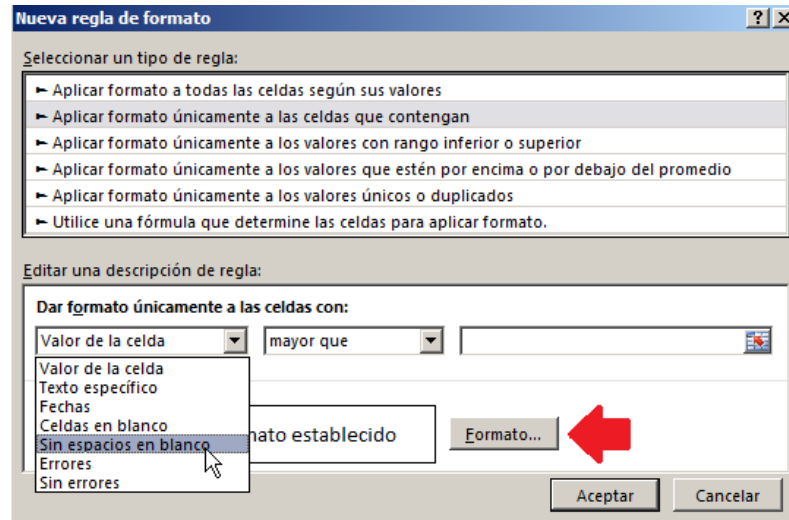


Figura C.4

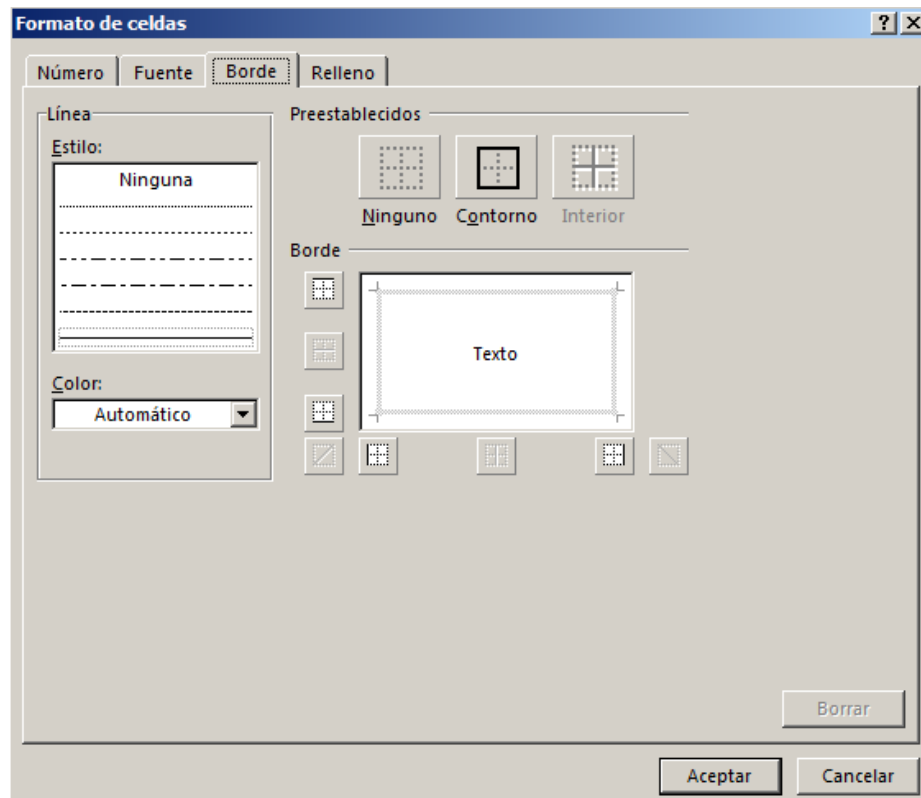


Figura C.5

De esta forma podemos cambiar el formato en caso que la celda no esté en blanco.

En caso que uno quiera cambiar el formato dependiendo de otra opción, es posible usando la opción ahora, formato a partir de una formula. En ella ponemos por ejemplo que en caso que una celda valga 1, entonces se da el formato que necesitamos. Si uno pinta el texto de determinado color, es posible hacer aparecer o desaparecer texto, y celdas con formatos, de acuerdo a la necesidad de la planilla.

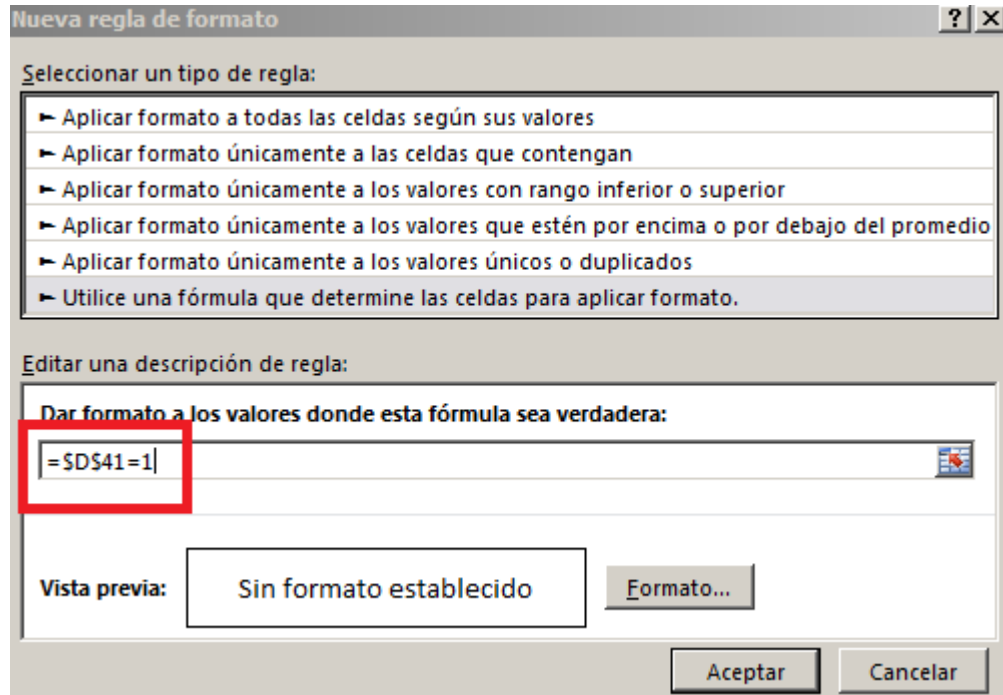


Figura C.6

	krw				
	4	3	2	1	0
Smith	1,8805099	-1,29846	0,5035899	-0,10092	0,0076068
Manual	0	0	0,4868319	-0,219163	0,0252529
Austral	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366
Cretácico	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366
Cuyo	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366
Comodoro	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366
Neuquén	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366
Promedios	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366
7	4,464E-16	-2,2E-16	0,5084157	-0,203366	0,0203366

	krw				
	4	3	2	1	0
Smith	0,00000	0,00000	2,77778	-4,44444	1,77778
Manual	0	0	2,7981839	-4,579176	1,804923
Austral	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226
Cretácico	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226
Cuyo	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226
Comodoro	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226
Neuquén	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226
Promedios	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226
7	3,98E-14	-9E-14	2,0175406	-3,228065	1,291226

Figura C.7. Valores obtenidos a partir de la aproximación de un polinomio de 4to orden, a los valores de krw y Kro obtenidos.



Anexo D: MACROS

Las macro, es una serie de instrucciones que se almacenan para que se puedan ejecutar de manera secuencial mediante una sola llamada u orden de ejecución.

D1: MACRO PARA COPIAR HOJAS

```
Sub tesis()  
For i = 0 To 998  
ActiveSheet.Range(Cells(121 + (i * 103), 5), Cells(223 + (i * 103), 34)).Select  
Selection.Copy  
Cells(224 + (i * 103), 5).Select  
ActiveSheet.Paste  
i2 = i + 2  
Cells(224 + (i * 103), 5).Value = i2  
Next i  
End Sub
```

D2: MACRO PARA RESOLVER

```
Sub resolver()  
'Worksheets("principal").Cells(387, 14).Value = TextBox2.Value  
' resolver Macro  
' Resuleve  
' Acceso directo: CTRL+r  
Application.EnableEvents = False  
Application.Calculation = xlCalculationManual  
Dim sw12(0 To 100) As Double  
Dim j As Integer  
Dim fin As Integer  
fin = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(16, 11)  
Dim swc As Double  
swc = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(6, 8)  
Dim sor As Double  
sor = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(7, 8)  
Dim i As Integer  
Dim datos(0 To 100) As Double  
For i = 0 To 100
```



```
datos(i) = swc
Next i
Dim ruptura As Integer
Dim l As Integer
ruptura = 0
l = 1
Dim swn(0 To 100) As Double
Dim a1 As Double
Dim b1 As Double
Dim c1 As Double
Dim d1 As Double
Dim e1 As Double
a1 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 16).Value
b1 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 17).Value
c1 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 18).Value
d1 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 19).Value
e1 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 20).Value
Dim krw(0 To 100) As Double
Dim a2 As Double
Dim b2 As Double
Dim c2 As Double
Dim d2 As Double
Dim e2 As Double
a2 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(4, 16).Value
b2 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(4, 17).Value
c2 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(4, 18).Value
d2 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(4, 19).Value
e2 = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(4, 20).Value
Dim kro(0 To 100) As Double
k = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(9, 8)
uw = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(11, 8)
c = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(6, 11)
uo = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(10, 8)
Dim tw12(0 To 100) As Double
Dim q As Double
```




Dim area As Double

Dim dx As Double

q = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("h8")

area = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("h5")

dx = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("k4")

ad = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("ad2").Value

Dim bw As Double

Dim phi As Double

phi = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("h12")

dt = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("k5")

bw = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Range("k11")

Dim d(0 To 100) As Double

Dim s As Double

'-----

While ruptura = 0

If 1 > 1 Then

For i = 0 To 100

datos(i) = swn(i)

Next i

End If

'carga los valores de sw(i=1/2)

sw12(0) = 1 - Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(7, 8)

For i = 1 To 100

sw12(i) = (datos(i - 1) + datos(i)) / 2

If sw12(i) < swc Then

sw12(i) = swc

End If

Next i

' krw aca comienza

For i = 0 To 100

krw(i) = a1 * sw12(i) ^ 4 + b1 * sw12(i) ^ 3 + c1 * sw12(i) ^ 2 + d1 * sw12(i) + e1

If sw12(i) = swc Then

krw(i) = 0



```
End If
If krw(i) < 0 Then
krw(i) = 0
End If
Next i
' kro aca comienza
For i = 0 To 100
kro(i) = a2 * sw12(i) ^ 4 + b2 * sw12(i) ^ 3 + c2 * sw12(i) ^ 2 + d2 * sw12(i) + e2
If sw12(i) = swc Then
kro(i) = 1
End If
If sw12(i) = 1 - sor Then
kro(i) = 0
End If
If kro(i) < 0 Then
kro(i) = 0
End If
Next i
' aca terminan las k
'aca empiezan los t
tw12(0) = 0
For i = 1 To 99
tw12(i) = (c * k / uw) * krw(i)
Next i
Dim tw32(0 To 100) As Double
For i = 0 To 99
tw32(i) = (c * k / uw) * krw(i + 1)
Next i
Dim to12(0 To 100) As Double
to12(0) = 0
For i = 1 To 99
to12(i) = (c * k / uo) * kro(i)
Next i
Dim to32(0 To 100) As Double
For i = 0 To 99
```



```
to32(i) = (c * k / uo) * kro(i + 1)
Next i
Dim t12(0 To 100) As Double
For i = 0 To 99
t12(i) = tw12(i) + to12(i)
Next i
Dim t32(0 To 100) As Double
For i = 0 To 99
t32(i) = tw32(i) + to32(i)
Next i
Dim g As Integer
g = Worksheets("numerico").Cells(6, 38).Value
Dim p(0 To 4) As Double
Dim pc(0 To 101) As Double
If g = 1 Then
p(0) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 22).Value
p(1) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(3, 23).Value
For i = 0 To 100
pc(i) = p(0) * Exp(p(1) * datos(i))
Next i
Else
p(0) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(9, 22).Value
p(1) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(9, 23).Value
p(2) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(9, 24).Value
p(3) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(9, 25).Value
p(4) = Worksheets("Algoritmo de Thomas").Cells(9, 26).Value
For i = 0 To 100
pc(i) = p(0) * datos(i) ^ 4 + p(1) * datos(i) ^ 3 + p(2) * datos(i) ^ 2 + p(3) * datos(i) + p(4)
Next i
End If
Dim z(0 To 100) As Double
For i = 0 To 100
z(i) = 0
Next i
Dim a(0 To 100) As Double
```



```
Dim b(0 To 100) As Double
Dim cc(0 To 100) As Double
For i = 0 To 100
a(i) = t12(i)
Next i
For i = 0 To 100
b(i) = -1 * (t12(i) + t32(i))
Next i
For i = 0 To 100
cc(i) = t32(i)
Next i
If ad = 1 Then
s = 5.615
Else
s = 1
End If
d(0) = -1 * to32(0) * (pc(1) - pc(0)) + z(0) - (((s * q) / (area * dx)) * ((dx ^ 2)))
For i = 1 To 98
d(i) = (to12(i) * (pc(i) - pc(i - 1))) - (to32(i) * (pc(i + 1) - pc(i))) + z(i)
Next i
d(99) = (to12(99) * (pc(99) - pc(98))) - (to32(99) * (pc(100) - pc(99))) + z(99) + (((dx ^ 2) * ((s * q) /
(area * dx))))
```

```
Dim cc2(0 To 100) As Double
```

```
cc2(0) = cc(0) / b(0)
```

```
For i = 1 To 99
```

```
cc2(i) = (cc(i) / (b(i) - (cc2(i - 1) * a(i))))
```

```
Next i
```

```
Dim dd(0 To 100) As Double
```

```
dd(0) = d(0) / b(0)
```

```
For i = 1 To 99
```

```
dd(i) = (d(i) - (dd(i - 1) * a(i))) / (b(i) - (cc2(i - 1) * a(i)))
```

```
Next i
```

```
Dim pw(0 To 100) As Double
```

```
pw(99) = dd(99)
```

```
For i = 0 To 98
```



```
pw(98 - i) = dd(98 - i) - (cc2(98 - i) * pw(99 - i))
Next i
'aca comienzan los swn
If l = 0 Then
    swn(0) = ((dt / ((dx ^ 2) * phi)) * ((-tw32(0) * pw(0)) + (tw32(0) * pw(1)) + (tw32(0) * dx * bw))) +
    (((s * q) / (area * dx)) * (dt / phi)) + datos(0)
    For i = 1 To 98
        swn(i) = ((dt / ((dx ^ 2) * phi)) * ((tw12(i) * pw(i - 1)) - ((tw12(i) + tw32(i)) * pw(i)) + (tw32(i) * pw(i
        + 1)) + ((tw32(i) - tw12(i)) * dx * bw))) + datos(i)
    Next i
    swn(99) = ((dt / dx ^ 2) * phi) * ((tw12(99) * pw(98)) - (tw12(99) * pw(99)) - (tw12(99) * dx * bw)) +
    datos(99)
Else
    swn(0) = ((dt / ((dx ^ 2) * phi)) * ((-tw32(i) * pw(i)) + (tw32(i) * pw(i + 1)) + (tw32(i) * dx * bw))) +
    (((s * q) / (area * dx)) * (dt / phi)) + datos(0)
    If swn(0) > 1 - sor Then
        swn(0) = 1 - sor
    End If
    For i = 1 To 98
        swn(i) = ((dt / ((dx ^ 2) * phi)) * ((tw12(i) * pw(i - 1)) - ((tw12(i) + tw32(i)) * pw(i)) + (tw32(i) * pw(i
        + 1)) + ((tw32(i) - tw12(i)) * dx * bw))) + datos(i)
    If swn(i) > 1 - sor Then
        swn(i) = 1 - sor
    End If
    Next i
    swn(99) = ((dt / ((dx ^ 2) * phi)) * ((tw12(99) * pw(i - 1)) - (tw12(99) * pw(i)) - (tw12(99) * dx * bw)))
    + datos(99)
    If swn(i) > 1 - sor Then
        swn(i) = 1 - sor
    End If
End If
'cuando quiera probar alguna columna en particular este la grafica en forma vertical
If l = 2 Then
    For j = 0 To 100
        Cells(19 + j, 32) = swn(j) 'coloca aca, la propiedad que quieres ver como va corriendo
    Next j
End If
Cells(123 + l - 1, 5) = 1
```



```
For j = 0 To 99
Cells(123 + 1 - 1, 6 + j) = swn(j)
Next j
If l = fin Then 'esta es para comparar mas rapido hay que borrarla
ruptura = 1 'esta es para comparar mas rapido hay que colocar la condicion si, que pare la repetitiva
End If
l = l + 1
Wend
Application.EnableEvents = True
Application.Calculation = xlCalculationAutomatic
End Sub
```

D3: MACRO QUE HACE ANIMACIONES DE PROPIEDADES

```
sub powerpoint
Dim pp As PowerPoint.Application
Dim PPPres As PowerPoint.Presentation
Dim PPSlide As PowerPoint.Slide
Dim j As Integer
Dim ll As Double
Dim tt As Integer
ll = Worksheets("Principal").Range("d6").Value ' cambiar el range por el que quiero
Dim pip As Double
If ActiveSheet.ChartObjects.Count < 1 Then
MsgBox "NoGrafico"
Exit Sub
End If
Set pp = New PowerPoint.Application
Set PPPres = pp.Presentations.Add
For j = 1 To ll
pip = ll - j
If ActiveSheet.ChartObjects.Count < 1 Then
MsgBox "NoGrafico"
Exit Sub
End If
pp.Visible = True
```



```
pp.Visible = True
Sheets("Hoja1").Select
ActiveSheet.ChartObjects(1).Chart.CopyPicture _
Size:=xlScreen, Format:=xlPicture
Set PPSlide = PPPres.Slides.Add(1, ppLayoutBlank)
PPSlide.Select
PPSlide.Shapes.Paste.Select
pp.ActiveWindow.Selection.ShapeRange.Align msoAlignCenters, True
pp.ActiveWindow.Selection.ShapeRange.Align msoAlignMiddles, True
Worksheets("Principal").Range("d6").Value = pip
Next j
Worksheets("Principal").Range("d6").Value = ll ' cambiar el range por el que quiero
Set PPSlide = Nothing
Set PPPres = Nothing
Set pp = Nothing
end sub
```